Formelark Innføringsmattematikk og Data INGB-033 Høst 2003 (Versjon Nov 17)

Parenteser

$a + (b) = a + b$ $\qquad a - (b) = a - b$

$a + (-b) = a - b$ $\qquad a - (-b) = a + b$

Brøkregning

Addisjon/Subtraksjon: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$

Multiplikasjon: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Divisjon / Dobbelbrøk: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

Kvadratsettninger(Binomiske formler)

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $\qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Potenser/Røtter

Multiplisere potenser: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\qquad$ spesielt $a^0 = 1$

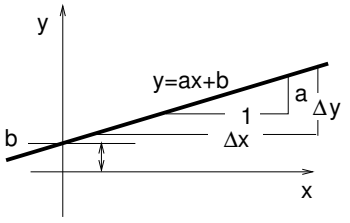
Dividere potenser: $\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$

Potensere potenser: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Negative eskponenter: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\qquad$ spesielt $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Brøk som eskponenter/Røtter: $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$ $\quad a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n$

Rette linjer



Ligning med stigningstall a og konstant b:

$y = ax + b$ $\qquad$ der $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Stigningstall a_N til normalen:

$a_N = -\frac{1}{a}$ $\qquad$ for $a \neq 0$

Andregradsligninger (Kvadratiske lign.,Parabler)

Ligning:

$ax^2 + bx + c = 0$

Løsningsformel for $-4ac + b^2 \geq 0$: $\qquad x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{-4ac+b^2}}{2a}$

$x_{1/2}$ er x-verdiene der $y(x) = ax^2 + bx + c$ skjærer x-aksen

Ligningssystemer

Løsningen må oppfylle alle ligninger; den finnes enten grafisk (finn skjæringspunkter til kurvene/linjene) eller ved hjelp av innsettningsmetoden

Trigonometri

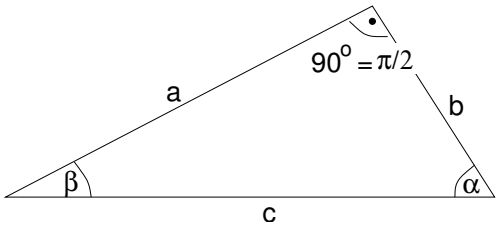
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ $\quad \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$

$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\sin(u \pm v) = \sin(u)\cos(v) \pm \cos(u)\sin(v)$

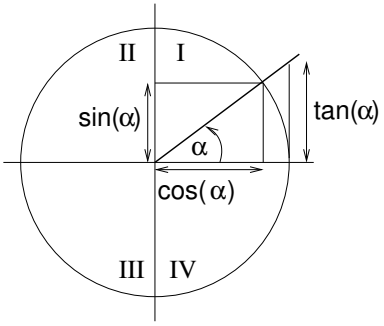
$\cos(u \pm v) = \cos(u)\cos(v) \mp \sin(u)\sin(v)$



$\sin(2v) = 2\sin(v)\cos(v)$

$\cos(2v) = \cos^2(v) - \sin^2(v) = 2\cos^2(v) - 1 = 1 - 2\sin^2(v)$

$\sin(\alpha) = \cos(90° - \alpha)$ $\quad$ $\cos(\alpha) = \sin(90° - \alpha)$



Eksakte verdier:

Vinkel α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
$0°$	0	1	0
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$90°$	1	0	∞

Omregning grad°/radian

grad° $\rightarrow$ rad: rad $= \frac{\text{grad}^\circ \cdot \pi}{180°}$ $\quad$ rad$\rightarrow$ grad°: grad° $= \frac{\text{rad} \cdot 180°}{\pi}$

Sin/Cos-setningen

I trekanten ABC er $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

og $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

Sirkel med radius r

Areal $A = \pi r^2$ $\quad$ Omkrets $O = 2\pi r$

Kule med radius r

Overflate $O = 4\pi r^2$ $\quad$ Volumet $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Sylinder med radius r, høyde h

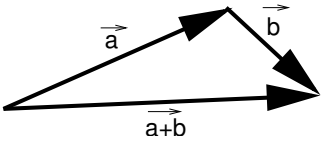
Grunnflate $A = \pi r^2$ $\quad$ Volumet $V = h\pi r^2$

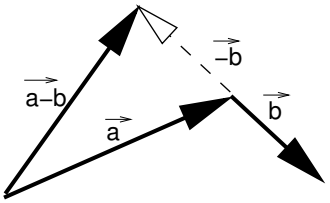
Vektorer

Vektor: Størrelse som har både lengde og retning $\quad$ Skalar: Størrelse som ikke har noen retning

Lengde til vektor $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$: $\quad \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Vektorsumme/differanse: $\quad \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$





Skalarprodukt (vinkel u mellom $\vec{a}$, $\vec{b}$): $\quad \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1b_1 + a_2b_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos u$

$\vec{a} \perp \vec{b}$ bare dersom $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Logaritme/Eksponentialfunksjonr

$e^{\ln x} = x$ med $e = 2.7128...$ og naturlig log $\ln x$

$\ln(a^x) = x \cdot \ln(a)$ $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

Med basis 10: $10^{\log x} = x$

Grenseverdier

Dersom $\lim_{x\to a} f(x)$ og $\lim_{x\to a} g(x)$ eksisterer:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to a}[f(x) + g(x)] &= \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x) \\
\lim_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] &= \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x) \\
\lim_{x\to a} k \cdot f(x) &= k \cdot \lim_{x\to a} f(x) \\
\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \text{ hvis } \lim_{x\to a} g(x) \neq 0
\end{aligned}$$

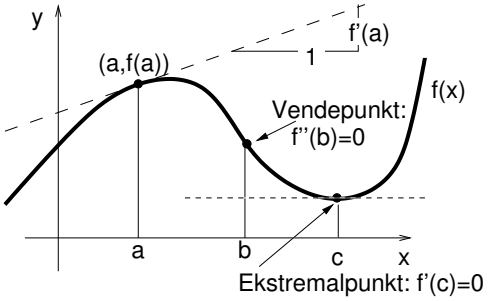
Derivasjon

$f(x)$ er deriverbar i punkt $(x, f(x))$ hvis $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ eksisterer

Stigningstall til tangent i punkt $(a, f(a))$ er lik $f'(x)$

Ved ekstremalpunkter/saddelpunkter er $f'(x) = 0$

Ved vendepunkter er $f''(x) = 0$



$(ax + b)' = a$ $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$ $[k \cdot u(x)]' = k \cdot u'(x)$

$[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}$

Kjerneregel: $[g(u(x))]' = g'(u(x)) \cdot u'(x)$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\ln(\lvert x\rvert)' = \frac{1}{x}$	$\log_a(\lvert x\rvert)' = \frac{1}{x\ln(a)}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^{cx})' = ce^{cx}$	$(a^x)' = \ln(a) \cdot a^x$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

Integrasjon

$F(x)$ er anti-derivert til $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ ($F(x)$ er definiert opptil en konstant)

Summe av funksjoner: $\int [f(x) + g(x)]\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx$

Konstant faktor: $\int c \cdot f(x)\, dx = \cdot \int f(x)\, dx$

Bestemt integral: $\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$

$\int 0\, dx = k, \quad k \ const.$	$\int k\, dx = kx$	$\int x^n = \frac{1}{n+1}x^{n+1} \quad n \neq -1$
$\int e^{cx}\, dx = \frac{1}{c}e^{cx}$	$\int a^{cx}\, dx = \frac{1}{c\cdot\ln a}e^{cx}$	$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln\lvert x\rvert$
$\int \sin x\, dx = -\cos x$	$\int \cos x\, dx = \sin x$	$\int \tan x\, dx = -\ln\lvert\cos x\rvert$