Realopsjoner

Kjell Arne Brekke

October 23, 2001

1 Nåverdier

Opsjonsprising har også en anvendelse når det gjelder investeringer. Men dette er en ny utvikling innen investeringsteorien. Så før vi presenterer den nye teorien, er det naturlig å starte med den gamle. Den gamle teorien tok utgangspunkt i at det ikke er noe usikkerhet. Et investeringsprosjekt ble sett på som typisk et ulegg nå som ville gi framtidige inntekter. Dette gir simpelthen en kontantstrøm. For hvert år får vi investeringskostnader C_t og innteker fra investeringer I_t og prosjektet blir da sett på som lønnsomt dersom

$$\sum_{t=0}^{\infty} I_t(1+r)^{-t} > \sum_{t=0}^{\infty} C_t(1+r)^{-t}$$

Denne formuleringen kan selvsagt lett generaliseres også til tilfeller der vi har investeringskostnader på mer enn ett tidspunkt. F.eks. ved utbyggingen av Snorrefeltet så skulle investeringen skje i to faser. Først ble det bygget en installasjon for første produksjonsfase som skulle vare ca 10 år, så skulle installasjonene flyttes for å få mest mulig av oljen ut, slik at det ble en ny

stor utgift etter 10 år. Men det er selvsagt ikke noe problem for beregning av en nåverdi at kostnader kommer på ulike tidspunkter.

Som sagt antar vi her full sikkerhet. Det er selvsagt lett å inkludere ulike avkastningskrav for å reflektere ulik grad av sikkerhet. F.eks når det gjelder et oljefelt er inntektene svært usikre også i CAPM forstand. Vi kan da bruke et høyere avkastningskrav for inntektene så regelen blir

$$\sum_{t=0}^{\infty} I_t(1+r_p)^{-t} > \sum_{t=0}^{\infty} C_t(1+r_f)^{-t}$$

der r_p er relevant rente for petroleumsinntekter. Den store svakheten med modellen er spørsmålet om når en skal foreta investeringen. Analysen ovenfor sammenligner bare alternativene invester nå, eller aldri. Men hva med å vente litt? Det er for å se på den problemstillingen at vi trenger opsjonsteorien.

2 Miljøinngrep

Hver dag hogges det store arealer av regnskog, våtmarksområder blir drenert og bygget ut, urskog ryddet og hogget, og dyrearter dør ut. Alle disse ingrepene er irreversible. Regnskogen vokser mange steder på svært tynn jord. Det er råtnende planterester de nye plantene vokser i. Plantene på bunnen vokser opp i skyggen fra annen vegetasjon. Når skogen først er hogget, så vil den ikke vokse opp igjen på samme måte om vi lar området stå uberørt over en lenger periode. Tilsvarende gjelder for de andre eksemplene. Urskog er skog som har stått utberørt i mange tiår, ja helst over hundre år. Hogges den vil det ta hundre år før den igjen er urskog.

Så lenge skogen står der har vi valget mellom å hogge eller la det forbli urskog – vi har opsjonen til å la det forbli urskog. Men når vi har tatt et valg,

så er det ugjenkallelig. Om vi aldri hadde gjort inngrep i naturen som ville vare i tiår ja hundreår, så ville vi aldri kunnet utvikle noen moderne siviliasjon, så det mest fornuftige er neppe å la alt bli uforandret. Men nettopp det at det er umulig å omgjøre beslutningen har betydning for avveiingen mellom å hogge skogen eller la den stå.

Betydningen av irreversiblitet ble analysert tidlige på 70 tallet av miljøøkonomer, men senere har det vist seg at dette formelt ligner på studiet av amerikanske opsjoner i finansteorien. Betrakt en amerikansk opsjon på en aksje som beveger seg som en binomisk prosess. Innløsningsprisen er 9 kroner. Aksjen starter på 10 og går +/- 2 hvert år, med lik sannsynlighet, og renten er 0. Vi ser at den deflaterte prosessen er en martingal. Anta først at opsjonen varer i 1 periode. Vi kan altså enten innløse den nå eller vente en periode. I siste periode er prisen enten 8 eller 12 kroner, og vi utøver opsjonen om prisen er 12, da er opsjonsverdien lik 3, ellers er verdien lik 0 (og ikke -1, for ved pris lik 8 utøver vi ikke opsjonen). Forventet verdi av opsjonen i første periode er da (3+0)/2=1,5. Om en da utøver opsjonen med det samme får vi 10-9=1, så det lønner seg å vente.

Anta så at opsjonen varer i 4 perioder, og at prisendringen er +/- 1 krone.

Tegn inn ett tre her

I siste period er prisen 14, 12, 10, 8 eller 6. Vi ser at vi utøver opsjonen i siste periode dersom prisen er 14, 12 eller 10, og ellers ikke. Verdien er da 5, 3, 1 eller 0. Perioden før er prisen på aksjen 13, 11, 9 eller 7. Om en da innløser opsjonen får en 4, 2 eller 0. Mens om en venter blir verdien (5+3)/2 = 4, (3+1)/2=2, eller (1+0)/2=0,5, så vi venter om prisen er 9 eller lavere. Verdien av opsjonen om vi venter perioden før (priser 12, 10 eller 8)

blir på samme måte (4+2)/2=3, (2+0,5)/2=1,25, og (0,5+0)/2=0,25. Vi ser at untatt når prisen er 12 kroner så lønner det seg å vente. Andre periode så blir opsjonsveriden om en venter (3+1,25)/2=2,125 og (1,25+0,25)/2=0,75 som i begge tilfeller er høyere enn hva en kan få ved å utøve opsjonen med det samme. Første periode er da veriden (2,125+0,75)/2=2,875/2=1,4375, mens om en utøver opsjonen med det samme, så vil en bare få 10-9=1. Det lønner seg her å vente.

Merk her at påstanden om at det lønner seg å vente gjelder i forventning. Anta at prisen går først opp. En studiekamperat/venninne som ikke har studert finansteori finner da ut at han/hun vil utøve sin opsjon, og får 2 kroner for hver aksje, og dere har 10 000 opsjoner hver så han/hun tjener 20 000. Du vet imidlertid at den er mer vedt om du venter, men til perioden etter har kursen fallt til 10 kroner og opsjonsverdien er bare 1,25 eller totalt 12 500. Veninna/Kameraten din godter seg. Likevel var det ikke lurt å utøve opsjonene. Om du ville ta rotta på kameraten/veninna, så kunne du solgt opsjonene dine på det tidspunktet han hun utøvde dem. Det ville gitt deg 21 250 kroner, 1250 kroner mer enn ved å utøve dem. Dette forutsetter at markedet er komplett og at det ikke er muligheter for arbitrasje.

Anta så at dette ikke er aksjekurser, men at den samme historien fortelles om utbyggingen av et oljefelt. Det koster 9 milliarder å bygge ut feltet. Verdien av oljen i feltet vurderes i dag til 10 milliarder, men fordi oljeprisen er usikker svinger verdiforventningene over tid. Grunnen til dette er at vi lærer mer om oljemarkedet, om den politiske utviklingen i midtøsten, osv. Bygger vi oljefeltet nå blir nettoverdien 10-9 milliarder. Verdien med den optimale strategien er imidlertid 1, 437 500 milliarder. Så feltet øker med

nærmere 50% i verdi om vi untytter det optimalt.

2.1 Nedleggelser

Opsjoner kan også benyttes til å studere beslutninger om å legge ned noe. La oss ta utgangspunkt i et oljefelt som holder på å tømmes. Da det er lite produksjon vil kostnadene per fat være reletivt høye. La oss si at feltet trenger en pris på minst 20 $ per fat for at fortsatt produksjon skal være lønnsom. La oss gå litt tilbake i tid da prisen var 15 $ per fat. Overskuddet/underskuddet fra feltet med oljepris P er

$$\pi_t = (P_t - 20)/10 \text{ milliarder}$$

Anta at prisen går opp eller ned med med lik sannsynlighet 5 $ hvert år i tre år framover. Om tre år er da prisen mellom 0 og 30 $. Beslutningen om å legge ned er irreversibel, vi kan ikke gjenåpne feltet senere dersom det først er stengt. Grunnen til dette kan være forskjellige, som at installasjonene må plukkes ned av sikkerhetshensyn til at trykket i feltet forandres. Dersom en skal bevare feltet i en slik forfatning at en kan fortsette å produsere senere, så vil det kreve at plattformen er bemannet, at den vedlikeholdes osv. På den måten vil en ikke klare å redusere kostnadene nevneverdig. Vi skal ikke se på dette alternativet, men anta at om en skal stanse produksjonen så må en gjøre det for godt.

Som ovenfor starter vi i siste periode. Siden det er siste året stenger vi feltet om prisen er lavere enn 17$. Verdien av feltet i siste periode – dersom

det ikke har blitt stengt alt – er da (avhengig av prisen):

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(10) &= 0 \\ V(20) &= 3/10 = 0,3 \\ V(30) &= 10/10 = 1,3 \text{ milliard} \end{aligned}$$

Vi går så til nestsiste periode. Vi har da valget mellom å legge ned med en gang, eller fortsette produksjonen. Verdien av feltet om vi fortsetter produksjonen blir da (med rente $r = 0\%$)

$$\begin{aligned} \hat{V}(5) &= (5-17)/10 + 0 = -1,5 \\ \hat{V}(15) &= (15-17)/10 + 0 = -0,2 \\ \hat{V}(25) &= (25-17)/10 + \frac{1}{2}\left[1,3+0,3\right] = 1,6 \end{aligned}$$

Vi ser selvsagt at vi bare holder feltet åpent om prisen er 25\$. Slik at $V(P) = 0$ for $P = 5, 15$, og $V(25) = \hat{V}(25)$

I periode 2 finner vi tilsvarende

$$\begin{aligned} \hat{V}(20) &= 3/10 + \frac{1}{2}[1,6+0] = 1,1 \\ \hat{V}(10) &= -7/10 + 0 = -0,7 \end{aligned}$$

Her blir $V(20) = \hat{V}(20)$, $V(10) = 0$. Og i den første perioden blir da veriden om vi fortsetter

$$\hat{V}(15) = (15-17)/10 + \frac{1}{2}\left[1,1+0\right] = 0,35 \text{ milliarder}$$

Og feltet har altså en verdi som er 350 millioner høyere om produksjonen fortsetter enn om vi legger ned med det samme, og det gjelder selv om det

i år går med et underskudd på 200 millioner. Grunnen her er at når vi ikke legger ned så beholder vi opsjonen til å fortsette å produsere senere, mens om vi legger ned så kan ikke feltet senere gjenåpnes, selv om prisen skulle vise seg å vokse igjen.

3 Fleksibilitet

Du skal være rådgiver for et selskap som skal bygge et varmekraftverk. Det kan være fyrt på enten olje eller gass. Fortjenesten fra produksjonen avhenger av olje eller gassprisen, avhengig av hvilken teknologi du velger. Produksjonen foregår over to tiårsperioder. Oljeprisen starter på $P_0 = 15$, og gassprisen starter på $Q_t = 15$. Det er tre mulige teknologier, Gass, Olje eller en fleksibel teknologi hvor du kan velge brensel hver periode. Denne teknologien koster 2 milliarder ekstra. Fortjenesten er

$$\sum_{t=0}^{1} (25 - P_t \,) \text{ milliarder om du velger oljefyrt}$$

$$\sum_{t=0}^{1} (25 - Q_t) \text{ milliarder om du velger gass}$$

$$\sum_{t=0}^{1} (25 - \min(Q_t, P_t)) - 2 \text{ milliarder om du velger fleksibel.}$$

Vi antar videre at prisen for både olje og gass vil gå opp eller ned 5 $ fra en periode til den neste og med lik sannsynlighet. Videre antar vi at prisutviklingen for olje og gass er uavhengige. (En urealistisk forutsetning, men så er poenget her å illustrere ett poeng, en realistisk modell ville bli mye mer omfattende.)

Vi ser her at fortjenesten første periode er den samme uansett teknologi. Problemstillingen er temmelig symmetrisk, så olje og gass er oplagt like gode. Men hva er best av den fleksible teknologien og f.eks. olje. Vel, vi kan like gjerne bruke olje som gass dersom $P_t \leq Q_t$, så forskjellen er når $Q_t < P_t$ som her bare skjer når $Q_t = 10 < 20 = P_t$, som skjer med 25% sannsynlighet. Forskjellen i forventet fortjeneste for periode to er da at den fleksible teknologien gir en 25%*10 milliarder=2,5 milliarder høyere forventet fortjeneste. Da denne teknologien koster 2 milliarder mer, så lønner ekstrainvesteringen seg.

Igjen kan vi tenke på dette som opsjoner (muligheter). Den fleksible teknologien gir oss opsjonen til å velge brensel i framtiden. Denne opsjonen har her en verdi på 2,5 milliarder, men vi får den for 2.

Merk at verdien er knyttet til at investeringer er irreversible. Dersom investeringen ikke var irreversibel, så kunne vi plukke ned kraftverket og få igjen pengene vi investerte senere. Slik er det selvsagt ikke, det er derfor investeringer er irreversible. Men om det nå var slik at om en investerte x milliarder i en slikt anlegg, så kunne en få tilbake de x milliardene i framtida om en skulle angre investeringen. Vel da ville vi ikke trenge fleksible teknologier. Vi ville investere i oljeteknologi, men om gassen ble billigere ville vi angre investeringen, få pengene tilbake og bruke dem på ett gassfyrt anlegg i stedet. Med nettopp fordi investeringer er irreversible har fleksibilitet en verdi.

4 Irrversibilitet

Irreversiblilitet finner vi overalt, og verden er notorisk usikker. De prinsippene vi snakker om her har derfor anvendelse nesten på alt en kan tenke seg. Det er kostnader knyttet til å bryte opp et forhold, så det å inngå et forhold har en visst element av irreverisbilitet over seg. Samtidig er framtida usikker, du vet ikke hvordan hverken du eller kjæresten din vil utvikle dere over tid, eller hvilke andre du (eller kjæresten) vil møte. Som med andre opsjoner kan en vente for lenge og en kan være for sein...

Hogst av regnskog har vært studert i dette perspektivet. Inngrepet er irreversibelt, men vi vet ikke hvordan vi ville ha verdsatt de områdene om noen år om de hadde fått stå. Andre eksempler er utbygging av vassdrag hvor verdien av både framtidig kraft og den framtidige verdsettingen av miljøet er usikker.

Hva med utslipp av CO_2 og andre klimagasser i atmosfæren? Her er det mange typer og grader av irreversibilitet involvert. For det første er det umulig å ta tilbake CO_2 vi engang har sluppet ut, og vi vet ikke de framtidige skadene, men modellanalyser tyder på at denne irreversibiliteten ikke har stor betydning, at vi ikke kan ha negative utslipp har liten betydning all den tid det er temmelig utenkelig at vi skulle ha utslipp ned mot 10-20% av dagens utslipp, til det er kostnadene for store, nesten uansett hva vi skulle finne ut. En annen irreversibilitet er at om vi i dag velger teknologiske løsninger som gir lave CO_2 utslipp, så er det irreversible beslutninger som vi ikke kan ta tilbake om vi skulle oppdage at faren er over, at CO_2 ikke er så viktig som vi trodde. Denne siste er også av liten betydning, da maksiner, utstyr og teknologiske bli slitt eller utdaterte og må skiftes med jevne mellomrom.

Drivhusproblemet er et langsitktig problem og den nye kunnskapen vi får om problemet kommer ikke fortere enn at vi kan tilpasse teknologiske løsninger. Det er altså ulike typer irreversibilitet her og de trekker i ulik retning, både til mer eller mindre utslippsreduksjoner nå.

5 Føre var prinsippet

Drivhusproblemet kan illustrere et annet spørsmål, nemmelig det såkalte "føre var prinsippet", som bl.a. er nedfelt i Rio-konvensjonen. Det er temmelig uklart og blir noen ganger nesten framlagt som at alt som har usikre framtidige konsekvenser er galt. Det har vært sagt f.eks. at gasskraftverket har en sikker konsekvens at CO_2 utslippene i Norge øker, men at det er usikker hva som er virkningen på totale Europeiske utslipp, så dette burde være et eksempel hvor føre var prinsippet skulle tilsi ikke bygg. Det finnes ingen begrunnelse for et slikt prinsipp om å holde seg unna alt med usikre framtidige konsekvenser. Prinsippet kan tolkes som å utsette irreversible tiltak, som diskutert ovenfor, men det er mer naturlig å tolke det mer grunnleggende.

Når vi kjøper brannslokkingsapparat før det brenner er det fordi vi har en plan for hva vi tenker å gjøre i forskjellige framtidige punkter i "treet". Akkuart som vi vet at vi vil utøve en opsjon om prisen øker men ikke om den faller. Men enda viktigere er det at vi ikke kjenner "treet", vi har ikke fantasi nok til å tekne alt som kan tenkes å skje i framtida. Har vi fantasi nok til å tenke hva som kan skje dersom vi mangedobler konsentrasjonen av CO_2 i atmosfera? Ikke all forandring trenger være til det værre selvsagt, selv om

vi selvsagt har tilpasset oss gjennom bygniger bosetting til de væreforhold vi kjenner i dag. Alle variable vi har møtt i kurset, så har mulighetene $\omega \in \Omega$ vært kjent. Er det enda større grunn til aversjon mot usikkerheten som består i at vi ikke kjenner Ω, og kan få oss virkelige overraskelser?