Formler i strømningslære - Pr081

I) Fluidegenskaper

Spesifikk gasskonstant:

$$R = R_0/M,$$

der , $R_0 = 8.314\ J/mol \cdot K$, kalles den universelle gasskonstanten og M er den molekylære massen.

Molekylær masse av gassblanding:

$$M = \sum n_i\, M_i$$

Tilstandslikningen for perfekte gassser:

(2.2) $$p = \rho\, R\, T$$

Tilstandslikning for reelle gassser:

(2.3) $$p = z\, \rho\, R\, T, \qquad \text{der } z \text{ er kompressibilitetsfaktoren.}$$

Gassers partialtrykk:

(2.4) $$p_i = n_i\ p$$

Overflatespenning:

$$\gamma = \frac{F}{s}$$

(2.7) $$p - p_a = \frac{4\,\gamma}{R} \qquad \text{(Overtrykk i boble)}$$

(2.8) $$p - p_a = \frac{2\,\gamma}{R} \qquad \text{(Overtrykk i vaeskedraape)}$$

Kapillar stigehøyde i tynne rør:

(2.9) $$h = \frac{2\,\gamma \cos\theta}{\rho\, g\, R}$$

II) Fluidstatikk

Tettheten ρ i et homogent fluid:

(3.1) $$\rho = \frac{m}{V}$$

Trykket , p, i et punkt:

(3.2) $$p = \frac{dF_\perp}{dA}$$

Den hydrostatiske likning:

(3.4) $$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

Trykket nedover i en væske:

(3.5) $p = p_0 + \rho\, g\, h,$ der p_0 er lufttrykket ved overflaten.

Den barometriske høydeformel:

(3.7) $$p = p_0\, e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} y}$$

Annet arealmoment eller arealtreghetsmomentet:

(3.8) $$I = I_x = \int_A y^2\, dA$$

Parallellaksesetningen eller Steiners setning:

(3.9) $$I_O = I_{CG} + A\, d^2$$

Resultantkraft på neddykket flate:

(3.10) $$F = \rho g \sin\theta\, \overline{y}\, A = \rho g \overline{h}\, A = \overline{p}\, A$$

Avstand fra vannoverflate til resultantkraftens virkelinje:

(3.11) $$y_F = \overline{y} + \frac{I_{CG}}{A\, \overline{y}}$$

Oppdriftskraft på stivt legeme med volum , V_s, helt nedsenket i et fluid med tetthet ρ_{fluid}:

$$F_B = \rho_{fluid}\, V_s\, g$$

Stabilitetskriterium for flytende legemer:

$$\overline{GM} = \frac{I_{CG}}{V_s} - \overline{BG} \quad \begin{array}{lll} > & 0 & \text{for stabilitet} \\ = & 0 & \text{for nøytral likevekt} \\ < & 0 & \text{for instabilitet} \end{array} \tag{3.13}$$

Uniform akselerasjon

Gradienten til p:

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\,\mathbf{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\,\mathbf{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\,\mathbf{k} \right) \tag{3.15}$$

Newtons 2. lov eller Bevegelseslikningen for et fluid i uniform akselerasjon:

$$\nabla p = \rho\,(\mathbf{g} - \mathbf{a}) \tag{3.16}$$

$$\Rightarrow \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\,\mathbf{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\,\mathbf{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\,\mathbf{k} \right) = \rho\,(g_x\,\mathbf{i} + g_y\,\mathbf{j} + g_z\,\mathbf{k} - a_x\,\mathbf{i} - a_y\,\mathbf{j} - a_z\,\mathbf{k})$$

Likningen på komponentform:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\,(g_x - a_x), \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho\,(g_y - a_y), \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho\,(g_z - a_z).$$

Trykkforskjellen , $\Delta p = p(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - p(x, y, z)$, mellom to nærliggende punkter i fluidet:

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial x}\,\Delta x + \frac{\partial p}{\partial y}\,\Delta y + \frac{\partial p}{\partial z}\,\Delta z \tag{3.17}$$

Spesialtilfelle 1: To-dimensjonal translasjon der x-aksen er horisontal, y-aksen er vertikal oppover og $\frac{\partial}{\partial z} = 0$.

Komponentlikningene blir: $\dfrac{\partial p}{\partial x} = -\rho\,a_x, \qquad \dfrac{\partial p}{\partial y} = -\rho\,(g + a_y).$

Likning for væskeoverflaten , $y_s = y_s(x)$:

$$y_s = y_1 - \frac{a_x}{g + a_y}\,x \tag{3.18}$$

Likning for trykket , $p = p(x, y)$:

$$p = p_s + \rho\,[(g + a_y)(y_1 - y) - a_x\,x] \tag{3.19}$$

Spesialtilfelle 2: To-dimensjonal translasjon langs skråplan med vinkel θ.
x-aksen er rettet nedover langs skråplanet, mens y-aksen er vertikal til skråplanet.

Komponentlikningene blir:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\,(g_x - a_x) = \rho\,(g\sin\theta - a), \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho\, g_y = -\rho\, g\,\cos\theta.$$

Spesialtilfelle 3: To-dimensjonal uniform rotasjon. Her nyttes sylinderkoordinater (r, θ, y). På grunn av rotasjonssymmetri vil $\frac{\partial}{\partial\theta} = 0$. Komponentlikningene blir:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho\,\omega^2\, r, \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho\, g.$$

Trykkforskjellen , $\Delta p = p(r+\Delta r, y+\Delta y) - p(r, y)$, mellom to nærliggende punkter i fluidet:

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial r}\,\Delta r + \frac{\partial p}{\partial y}\,\Delta y$$

Likning for væskeoverflaten , $y = y_s(r)$:

$$y_s = \frac{r^2\,\omega^2}{2\,g} + y_p \tag{3.21}$$

Likning for trykket , $p = p(r, y)$:

$$p = p_s + \rho\, g\left[\frac{r^2\,\omega^2}{2\,g} - (y - y_p)\right] \tag{3.22}$$

III) Fluiddynamikk

Massestrøm gjennom tverrsnitt:

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \rho\, A\,\overline{v} \tag{5.1}$$

Volumstrøm gjennom tverrsnitt:

$$q_V = \frac{dV}{dt} = A\,\overline{v} \tag{5.2}$$

Kontinuitetslikningen for stasjonær og kompressibel strømning gjennom to tverrsnitt:

$$\rho_1 \, A_1 \, v_1 = \rho_2 \, A_2 \, v_2 \tag{5.4}$$

Kontinuitetslikningen for stasjonær og kompressibel strømning med flere innløp og utløp:

$$\sum_{inn} \rho \, A \, v = \sum_{ut} \rho \, A \, v$$

Bernoullis likning:

$$p_1 + \rho \, g \, y_1 + \frac{1}{2} \rho \, v_1^2 = p_2 + \rho \, g \, y_2 + \frac{1}{2} \rho \, v_2^2 \tag{5.5}$$

Kontraksjonskoeffisienten:

$$C_k = \frac{A_0}{A} \tag{5.8}$$

der A_0 betegner det minste tverrsnittsarealet til det strømmende fluidet, og A betegner tverrsnittsarealet til åpningen.

Newtons viskositetslov:

$$F = \eta A \, \frac{dv}{dy} \tag{6.4}$$

Middelhastigheten:

$$\overline{v} = \frac{q_V}{A} \tag{6.6}$$

Reynoldstallet:

$$Re = \frac{\rho \, D \, \overline{v}}{\eta} \tag{6.9}$$

Bernoullis likning med tapsledd for stasjonær, inkompressibel strøm gjennom et fast kontrollvolum:

$$p_1 + \rho \, g \, y_1 + \alpha_1 \, \frac{1}{2} \, \rho \, {\overline{v}_1}^2 = p_2 + \rho \, g \, y_2 + \alpha_2 \, \frac{1}{2} \, \rho \, {\overline{v}_2}^2 + \sum \Delta p_{frik} + \sum \Delta p_{sing} \tag{6.12}$$

$$\text{der} \quad \Delta p_{frik} = \lambda \, \frac{L}{D} \, \frac{\rho}{2} \, \overline{v}^{\,2}, \quad \Delta p_{sing} = \zeta \, \frac{\rho}{2} \, \overline{v}^{\,2} \quad \text{og} \quad \alpha = \frac{\int_A (\frac{1}{2} \, v^2) \, (v \, \rho \, dA)}{(\frac{1}{2} \, \overline{v}^2) \, (\overline{v} \, \rho \, A)}$$

Strømningsprofil for laminær strøm i sirkulært rør:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L}\ (R^2 - r^2) \tag{6.13}$$

Hagen-Poiseuilles lov for laminær strøm:

$$q_V = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{R^4}{\eta}\right)\left(\frac{p_1 - p_2}{L}\right) \tag{6.14}$$

Midlere hastighet i laminær strøm:

$$\overline{v} = \frac{1}{2}\ v_{maks} \tag{6.15}$$

Motstandstallet ved laminær strømning:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{6.16}$$

Hydraulisk diameter ved strømning i ikke-sirkulært rør eller kanal:

$$D_h = 4\,\frac{A}{O} \tag{6.19}$$

Spesifikk entalpi:

$$\widetilde{h} = \widetilde{u} + \frac{p}{\rho} \tag{6.24}$$

Spesifikt volum:

$$\widetilde{v} = \frac{1}{\rho} \tag{6.25}$$

Spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk:

$$c_p = \left(\frac{d\widetilde{h}}{dT}\right)_{p=konstant} \qquad \Rightarrow \qquad \widetilde{h}_2 - \widetilde{h}_1 = c_p\,(T_2 - T_1) \tag{6.27}$$

Spesifikk varmekapasitet ved konstant volum:

$$c_v = \left(\frac{d\widetilde{u}}{dT}\right)_{\widetilde{v}=konstant} \qquad \Rightarrow \qquad \widetilde{u}_2 - \widetilde{u}_1 = c_v\,(T_2 - T_1) \tag{6.23}$$

For inkompressibelt fluid: $$c = c_p = c_v$$

Forbindelse mellom c_p, c_v og R for perfekt gass:

(6.26) $$c_p = c_v + R$$

Forholdstallet mellom spesifikke varmekapasiteter:

(6.30) $$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Den generelle energilikning for kompressibel strømning:

(6.22) $$q - w_{driv} + \alpha_1 \frac{\overline{v}_1{}^2}{2} + g\,y_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \widetilde{u}_1 = \alpha_2 \frac{\overline{v}_2{}^2}{2} + g\,y_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \widetilde{u}_2$$

Den mekaniske energilikning for kompressibel strømning:

(6.29) $$-w_{driv} - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \alpha_1 \frac{\overline{v}_1{}^2}{2} + g\,y_1 = \alpha_2 \frac{\overline{v}_2{}^2}{2} + g\,y_2 + h'_L$$

Den termiske energilikning for kompressibel strømning:

(6.28) $$h'_L = \widetilde{u}_2 - \widetilde{u}_1 - q + \int_1^2 p\,d\widetilde{v}$$

Tapsleddet ved rørstrøm kan finnes ved:

$$h'_L = h_L\,g = \frac{1}{\rho}(\sum \Delta p_{frik} + \sum \Delta p_{sing})$$

Modifisert Bernoullis likning for adiabatisk, kompressibel strømning:

(6.31) $$\alpha_1 \frac{\overline{v}_1{}^2}{2} + g\,y_1 + \frac{k}{k-1}\left(\frac{p_1}{\rho_1}\right) = \alpha_2 \frac{\overline{v}_2{}^2}{2} + g\,y_2 + \frac{k}{k-1}\left(\frac{p_2}{\rho_2}\right)$$

Isentroplikningene for perfekte gasser:

(6.32) a) $$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(k-1)}$$ b) $$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{k/(k-1)}$$ c) $$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{k}$$

Effekt:

$$P = F\,v = h\,g\,\frac{dm}{dt}$$

Impulssatsen

(6.36.a) $$\sum \mathbf{F} = q_m(\mathbf{v}_{ut} - \mathbf{v}_{inn}) \qquad \text{eller}$$

(6.36.b) $$\sum F_x = q_m(v_{ut,x} - v_{inn,x}) \qquad \text{og} \qquad \sum F_y = q_m(v_{ut,y} - v_{inn,y})$$

Froude-tallet:

(6.39) $$Fr = \frac{v}{\sqrt{g\,y}}$$

Høyden nedstrøms vannstandssprang:

(6.40) $$y_2 = \frac{y_1}{2}\left(\sqrt{1 + 8\,{Fr_1}^2} - 1\right)$$

Energitapet i vannstandssprang:

(6.41) $$\underline{h_L = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4\,y_1\,y_2}}$$

Den individuelt deriverte:

(6.48) $$\frac{D\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\,\mathbf{v}$$

Navier-Stokes likning eller Bevegelseslikningen (Newtons andre lov) for fluidstrøm:

(6.53) $$\frac{D\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} + \nu\,\nabla^2\mathbf{v} \qquad \text{der } \nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Navier-Stokes likning på komponent-form:

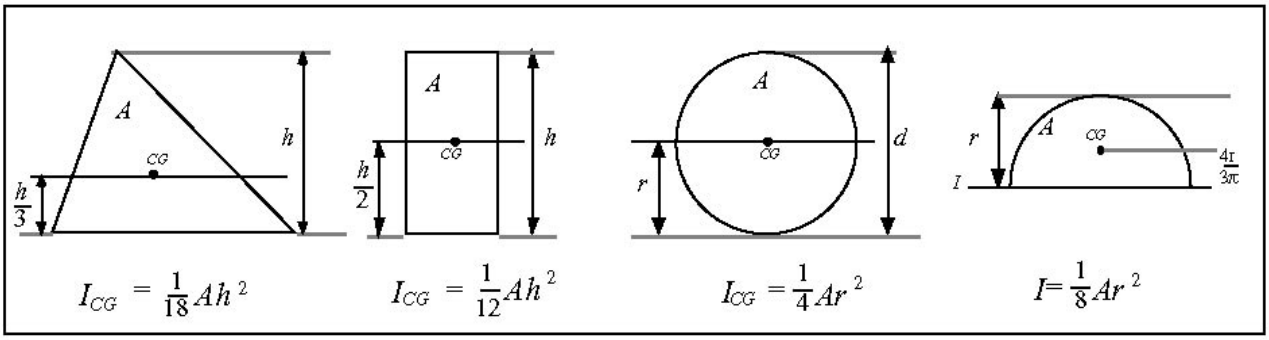
$$x - \text{retning}: \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$y - \text{retning}: \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

$$z - \text{retning}: \quad \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

Stokes lov for friksjonskraften på kule med radius , r, som beveger seg laminært med farten , v, gjennom en væske med viskositet , η: $F = 6\,\pi\,\eta\,r\,v$

Tabell for annet arealmoment og arealsenter



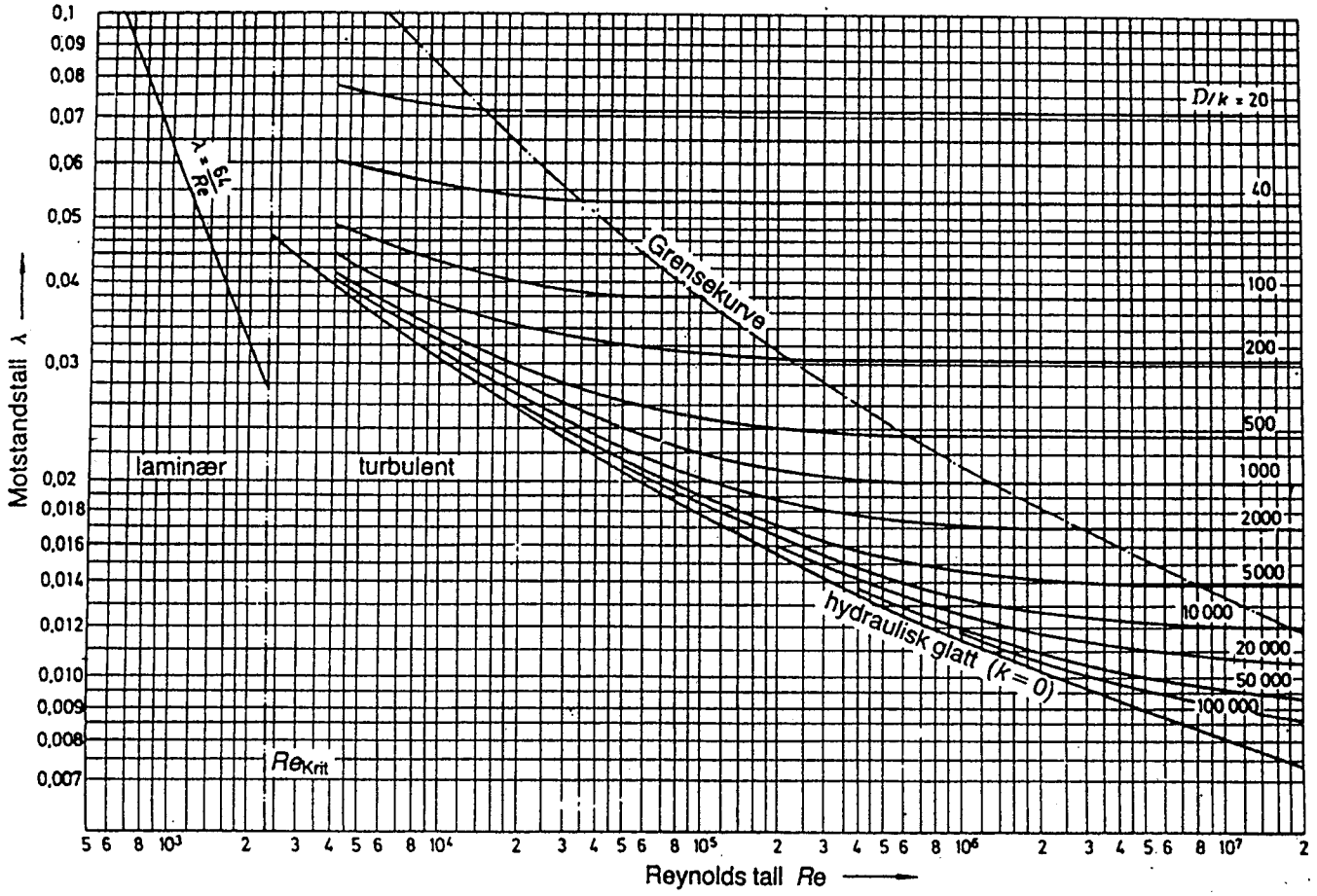


Fig. 6.7: Moodys diagram