

UNIVERSITETET I TROMSØ
DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Eksamen i: MAT-1005, Diskret matematikk 1
Dato: Torsdag 15. desember 2005
Tid for eksamen: 0900-1300
Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator, 2 A4-ark (4 sider) med egne notater (enten håndskrevne eller trykte) og Rottmanns tabeller

Oppgavesettet er på 2 sider.

Kontaktperson: Loren Olson, tlf. 99701428

Begrunn alle svarene. Hver av de 8 oppgavene teller likt.

Oppgave 1

- a.) Finn alle løsninger (kongruensklasser) som tilfredsstiller kongruensligningen $7x \equiv 3 \pmod{11}$.
b.) La p være et primtall. La $a, b \in \mathbb{Z}$. Vis at dersom $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$, så må enten $p|(a - b)$ eller $p|(a + b)$.

Oppgave 2

Hvor mange bitstrenger av lengde 6 er det som ikke inneholder 4 etterpåfølgende 1-ere.

Oppgave 3

- Se på bitstrenger av lengde 9.
a.) Hvor mange slike har nøyaktig to 1-ere?
b.) Velger vi ut en vilkårlig bitstreng av lengde 9, hva er sannsynligheten for at den har nøyaktig to 1-ere?

Oppgave 4

Løs rekurrensrelasjonen $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$ med initialbetingelsene $a_0 = 1$, $a_1 = -1$.

Oppgave 5

Bruk matematisk induksjon til å vise at $2^n > n^2$ for alle heltall $n \geq 5$

Oppgave 6

La $f(x) = x^2 + 4x + 17$. Bruk definisjonen av O -notasjonen til å vise at $f(x)$ er $O(x^2)$, men at $f(x)$ ikke er $O(x)$. Husk at svaret må begrunnes!

Oppgave 7

Vi er gitt følgende seks symboler med deres respektive hyppigheter: (A: 0,08), (B: 0,10), (C: 0,12), (D: 0,15), (E: 0,20), (F: 0,35). Finn en optimal prefikskode.

Oppgave 8

- a.) Hva er koeffisienten til x^7 i $(1+x)^{11}$?
- b.) Beregn $a = \sum_{k=0}^{36} \binom{36}{k}$. Hva er a mod 37?

UNIVERSITETET I TROMSØ
DET MATEMATISK-NATURVITSKAPELEGE FAKULTET

Eksamen i: MAT-1005, Diskret matematikk 1
Dato: Torsdag 15. desember 2005
Tid for eksamen: 0900-1300
Tillatte hjelpemiddel: Godkjent kalkulator, 2 A4-ark (4 sider) med egne notat (enten håndskrivne eller trykte) og Rottmanns tabellar

Opgåvesettet er på 2 sider

Kontaktperson: Loren Olson, tlf. 99701428

Begrunn alle svarene. Kvar av dei 8 oppgåvene tel likt.

Oppgåve 1

- a.) Finn alle løysingar (kongruensklasser) til kongruenslikninga $7x \equiv 3 \pmod{11}$.
b.) La p vere eit primtal. La $a, b \in \mathbb{Z}$. Vis at dersom $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$, så må enten $p|(a-b)$ eller $p|(a+b)$.

Oppgåve 2

Kor mange bitstrengar av lengde 6 er det som ikkje inneheld 4 1-are etter kvarandre.

Oppgåve 3

- Sjå på bitstrengar av lengde 9.
a.) Kor mange slike har nøyaktig to 1-are?
b.) Veljar vi ut ein vilkårlig bitstreng av lengde 9, kva er sannsynet for at den har nøyaktig to 1-are?

Oppgåve 4

Løys rekurrensrelasjonen $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$ med startverdiar $a_0 = 1$, $a_1 = -1$.

Oppgåve 5

Bruk matematisk induksjon til å vise at $2^n > n^2$ for alle heiltal $n \geq 5$.

side 2

Oppg ve 6

La $f(x) = x^2 + 4x + 17$. Bruk definisjonen av O -notasjonen til   vise at $f(x)$ er $O(x^2)$, medan $f(x)$ ikkje er $O(x)$. Hugs at svaret m  begrunnast!

Oppg ve 7

Vi er gitt f lgjande seks symbol med deira respektive hyppigheiter: (A: 0,08), (B: 0,10), (C: 0,12), (D: 0,15), (E: 0,20), (F: 0,35). Finn ein optimal prefikskode.

Oppg ve 8

- a.) Kva er koeffisienten til x^7 i $(1+x)^{11}$?
- b.) Rekn ut $a = \sum_{k=0}^{36} \binom{36}{k}$. Kva er a mod 37?