EKSAMENSOPPGAVE MAT-1001

Eksamen i	:	**MAT-1001 Kalkulus 1**
Eksamensdato	:	**Fredag 24. februar 2006**
Tid	:	**09:00 - 13:00**
Sted	:	**Aud. Max., Administrasjonsbygget**
Tillatte hjelpemidler	:	**- Rottmanns tabeller og to A4-ark (4 sider) med egne notater.** **- Godkjent kalkulator.**

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: Marius Overholt, Tlf 776 44022

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Universitetet i Tromsø, N-9037 Tromsø, Telefon 77 64 40 01, Telefaks 77 64 47 65

ALLE SVAR SKAL BEGRUNNES - VIS MELLOMREGNINGER.

Oppgave 1

a) Finn eventuelle lokale ekstremalpunkter til funksjonen

$$f(x) = 2\arctan(x) - \log(1+x^2) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

og klassifiser som lokalt maksimumspunkt eller minimumspunkt.

b) Avgjør på hvilke intervaller funksjonen $f(x)$ fra del a) er konveks og på hvilke den er konkav.

Oppgave 2

a) Likningen

$$z^2 + 8z + 25 = 0$$

har to komplekse røtter. Finn disse og merk dem av på en skisse av det komplekse planet. Pass på å sette av enheten 1 på den reelle aksen og enheten i på den imaginære aksen, så det er mulig å se at du har plassert røttene korrekt. Begge røttene ligger på en sirkel med senter i origo. Regn ut radien til denne sirkelen.

b) Finn alle løsningene til likningen

$$z^3 = 1 + i$$

i det komplekse planet.

c) Vis at

$$\left|\overline{z} - \frac{1}{z}\right| = \left||z| - \frac{1}{|z|}\right|$$

for ethvert komplekst tall $z \neq 0$.

Settet fortsetter...

Oppgave 3

a) Regn ut grensene

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-3x}{5x-2x^2} \quad \text{og} \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)} .$$

b) Gitt funksjonen f ved

$$f(x) = x\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

for $x \neq 0$ og $f(x) = 0$ for $x = 0$. Avgjør om f er kontinuerlig i $x = 0$. Avgjør om f er deriverbar i $x = 0$.

c) Regn ut volumet til omdreiningslegemet som fremkommer ved å rotere kurven $y = \sqrt{\sin(x)}$, $0 \leq x \leq \pi$ om x-aksen.

Oppgave 4

a) Finn den løsningen til differensiallikningen

$$y''(x) + y(x) = 0$$

som oppfyller startverdibetingelsene $y(0) = y'(0) = 1$.

b) Finn den generelle løsningen til differensiallikningen

$$y''(x) + y(x) = x^2 .$$

LYKKE TIL!