



EKSAMENSOPPGAVE I STA-1001

Eksamen i : STA-1001 Statistikk og sannsynlighet 1

Eksamensdato : Onsdag 28. september 2005

Tid : Kl 0900-1300

Sted : Auditorium maximum,

Administrasjonsbygget

Tillatte hjelpemidler : 4 sider notater samt godkjent kalkulator

Oppgavesettet er på 8 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: Førsteaman. Georg Elvebakk, tlf 77 64 6532

Opplysningene i tabellen kan benyttes i oppgaveløsningen:

	Fordeling	forventning	varians
Binomisk	$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$	np	$np(1-p)$
Hypergeometrisk	$f(x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $\max\{0, n - (N - k)\} \leq x \leq \min\{k, n\}$	$\frac{nk}{N}$	$\frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right)$
Ekspensiell	$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad \text{hvis } x > 0$	β	β^2

Oppgavesettet består av 15 punkter som alle teller likt.

OPPGAVE 1 (fire punkter a-d)

La Y være en tilfeldig variabel med kumulativ fordelingsfunksjon:

$$F(y) = P(Y \leq y) = \begin{cases} \frac{1}{r^2} y^2 & \text{hvis } 0 < y < r \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

a) Finn sannsynlighetstetthetsfunksjonen $f(y)$ til Y .

Regn ut forventningen til Y .

Regn også ut forventningen til en variabel X med $f(x) = 2x$, $0 < x < 1$

En sirkel har radius r . Minner om at arealet til en sirkel er $\pi \cdot r^2$

Ett punkt inni sirkelen velges tilfeldig. Dvs. alle punkter i sirkelen har samme sjanse for å bli valgt.

La X = avstanden fra dette punktet til sentrum av sirkelen.

b) Er X en diskret eller kontinuerlig tilfeldig variabel. Begrunn svaret.

c) Vis at $P(X \leq \frac{1}{2}) = 0.25$ dersom $r=1$.

Finn kumulativ fordelingsfunksjon $F(x)$ når sirkelen har radius r .

Tegn funksjonen $F(x)$.

Av ukjent årsak lar det seg ikke gjøre å måle sirkelens radius r , den må estimeres fra datamaterialet X .

d) Foreslå en forventningsrett estimator for r .

Du kan bruke at $E(X) = \frac{2}{3}r$

OPPGAVE 2 (tre punkter a-c)

På en videregående skole er det 60 elever i samme klassetrinn hvorav 40 er jenter. Det skal trekkes ut 3 elever tilfeldig til muntlig eksamen.

La X = antall jenter som trekkes ut

a) Regn ut $P(X = 0)$.

Regn ut hele fordelingen til X .

Hva kalles fordelingen til X ?

Regn ut forventningen til X .

I hele fylket er det 6000 elever på dette klassetrinnet hvorav 4000 er jenter. Det skal trekkes ut tilfeldig fra alle 6000, 300 elever til muntlig eksamen.

La Y = antall jenter som trekkes ut til muntlig eksamen.

b) Regn ut og vis at:

$$\mu = E(Y) = 200 \text{ og at}$$

$$P(Y \geq 214) \approx 0.045. \text{ Begrunn tilnærmingen du bruker.}$$

Forventet antall jenter til eksamen er 200 dersom trekningen er tilfeldig. Vi skal undersøke påstanden at jentene har større sjanse for å bli trukket ut til eksamen enn guttene har på denne utdanningen.

Resultatet av trekningen til muntlig eksamen ble $Y=214$.

Anta Y er tilnærmet normalfordelt med kjent $\sigma^2 = 63.3$.

c) Still opp passende hypoteser og test om det er grunnlag for å tro at $\mu > 200$.

Bruk 5 % signifikansnivå.

Regn ut P-verdien.

OPPGAVE 3 (to punkter a og b)

Værstatistikk for Mehamn og Havøysund i hhv Gamvik og Måsøy kommune i Finnmark. Begge tettsteder ligger ca 71 grader nord.

Gjennomsnittstemperaturer 1961-90:

	jan	feb	mar	apr	mai	jun	jul	aug	sep	okt	nov	des
Mehamn	-4.6	-4.6	-3.4	-0.9	2.7	6.8	10.0	9.5	6.8	2.5	-1.0	-3.3
Havøysund	-4.1	-4.0	-2.8	-0.5	3.4	7.3	10.6	10.1	6.7	2.7	-0.7	-2.9
Differanse	-0.5	-0.6	-0.6	-0.4	-0.7	-0.5	-0.6	-0.6	0.1	-0.2	-0.3	-0.4

Følgende resultater kan benyttes i beregninger i delspørsmål nedenfor:

$$-4.6 - 4.6 - 3.4 - .9 + 2.7 + 6.8 + 10 + 9.5 + 6.8 + 2.5 - 1 - 3.3 = 20.5$$

$$\begin{aligned} & \left(-4.6 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(-4.6 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(-3.4 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(-.9 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(2.7 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(6.8 - \frac{20.5}{12}\right)^2 \\ & + \left(10 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(9.5 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(6.8 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(2.5 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(-1 - \frac{20.5}{12}\right)^2 + \left(-3.3 - \frac{20.5}{12}\right)^2 = 327.83 \end{aligned}$$

$$-4.1 - 4 - 2.8 - .5 + 3.4 + 7.3 + 10.6 + 10.1 + 6.7 + 2.7 - .7 - 2.9 = 25.8$$

$$\begin{aligned} & \left(-4.1 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(-4 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(-2.8 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(-.5 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(3.4 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(7.3 - \frac{25.8}{12}\right)^2 \\ & + \left(10.6 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(10.1 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(6.7 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(2.7 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(-.7 - \frac{25.8}{12}\right)^2 + \left(-2.9 - \frac{25.8}{12}\right)^2 = 325.73 \end{aligned}$$

$$-.5 - .6 - .6 - .4 - .7 - .5 - .6 - .6 + .1 - .2 - .3 - .4 = -5.3$$

$$\begin{aligned} & \left(-.5 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + 2\left(-.6 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.4 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.7 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.5 + \frac{5.3}{12}\right)^2 \\ & + 2\left(-.6 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(.1 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.2 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.3 + \frac{5.3}{12}\right)^2 + \left(-.4 + \frac{5.3}{12}\right)^2 = .55 \end{aligned}$$

- a) Undersøk med både uparret og parret t -test om de to tettstedene har forskjellig klima mht lufttemperatur. Bruk 5% signifikansnivå.
Beskriv forutsetningene en må gjøre for hver av disse testene.

- b) Hvilken test (parret eller uparret) vil du anbefale i dette tilfellet? Begrunn svaret.

Tabell for normalfordeling

Tabell for normalfordeling, forts.

Tabell for t -fordeling