EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

Eksamen i	**: Mat-1001**
Dato	**: Mandag 11. desember 2006**
Tid	**: Kl 0900 - 1300**
Sted	**: Åsgårdvegen 9, lavblokka**
Tillatte hjelpemidler	**: Rottmanns tabeller**
	To A4-ark (4 sider) med egne notater
	Godkjent Kalkulator
Målform	**: Bokmål**

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson: Tor Flå tlf: 77644024

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Universitetet i Tromsø, N-9037 Tromsø, Telefon 77 64 40 01, Telefaks 77 64 47 65

Oppgave 1

a) Finn grenseverdien $\lim_{n\to\infty}(\frac{n-\sqrt{1+n^2}}{n+\sqrt{1+n^2}})$.

b) Du får oppgitt differenseligningen

$$z_{n+2} + 2z_{n+1} + \frac{3}{4}z_n = 0.$$

Finn den generelle løsningen til differenseligningen.

c) Løs startverdiproblemet $z_{n+2} + 2z_{n+1} + 2z_n = 0$ for $z_0 = 1$ og $z_1 = 0$.

Oppgave 2

a) Har $f(x) = x^2 \ln(|\ x\ |^{1/2}) - x^2 + \frac{1}{2}$ nullpunkt på intervallet $[1, e^2]$?

b) Beregn $\lim_{x\to 0} f(x)$.
Definer $f(0) = \frac{1}{2}$. Argumenter for at $f(x)$ er kontinuerlig med denne utvidelsen.

c) Finn $f'(0)$ for den utvidete $f(x)$ i 2b).

Oppgave 3

a) Vis at $\frac{x^4}{(x^2+1)(x-1)} = x + 1 + \frac{1}{(1+x^2)(x-1)}$.

Tips: Du bør først skrive polynomet i nevneren som $(x^2 + 1)(x - 1) = x^3 - x^2 + x - 1$.

b) Beregn det ubestemte integralet

$$\int \frac{x^4}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx.$$

c) For hvilke x kan en finne antideriverte til $f(x) = \frac{x^4}{(1+x^2)(x-1)}$ på formen

$$F(x) = \int_2^x \frac{t^4}{(t^2 + 1)(t - 1)} dt.$$

Beregn den antideriverte.

Oppgave 4

Du får oppgitt differensialligningen

$$y'' + 4y' + (4 + k)y = 0,\ k \in \mathbf{R}.$$

a) For hvilke k er løsningene av karakteristisk ligning av kompleks type?
For hvilken k er løsningen av karakteristisk ligning sammenfallende reell?

b)Hva er den generelle løsningen av differensialligningen for $k = -\frac{1}{4}$?

c) Finn en partikulærløsning til

$$y'' + 4y' + \frac{15}{4}y = e^{-2x}.$$

Finn hvilket startverdiproblem $y(0) = y_0$ og $y'(0) = y_1$ som gir en løsning som er partikulærløsning uten bidrag fra den homogene løsningen i 4b)?