



EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1005

Eksamen i : **MAT-1005 Diskret matematikk 1**

Eksamensdato : **Torsdag 14. desember 2006**

Tid : **1500-1900**

Sted : **Åsgårdvegen 9**

Tillatte hjelpemidler : **To A4-ark (4 sider) med egne notater
(håndskrevne eller trykte), godkjent
kalkulator og Rottmanns tabeller**

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: Ann-Hege Larsen, tlf 909 80 941



OPPGÅVE TIL EKSAMEN I MAT-1005

Eksamen i : MAT-1005 Diskret matematikk 1

Eksamensdato : Torsdag 14. desember 2006

Tid : 1500-1900

Stad : Åsgårdvegen 9

Tillatne hjelpemiddel : To A4-ark (4 sider) med egne notat
(handskrivne eller trykte), godkjent
kalkulator og tabellar til Rottmann

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. framside

Kontaktperson under eksamen: Ann-Hege Larsen, tlf 909 80 941

**Begrunn svarene dine, og vis framgangsmåten når du løser oppgavene.
Lykke til!**

Oppgave 1 (12%)

Hvis mulig, finn en positiv og en negativ løsning til følgende system av lineære kongruenser:

$$x \equiv 3 \pmod{23}$$

$$x \equiv 5 \pmod{29}$$

Oppgave 2 (21%)

Et passord til et datasystem skal inneholde nøyaktig 5 tegn. Lovlige tegn er de 29 bokstavene A – Å og de ti sifrene 0 – 9. Passordet skal starte med en bokstav.

- a) Hvor mange forskjellige passord kan lages?
- b) Hvor mange forskjellige passord er det som har nøyaktig to 4-ere?
- c) Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig passord har minst ett siffer?

Oppgave 3 (11%)

Løs rekurrensrelasjonen $a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2}$ med initialbetingelsene $a_1 = 4$ og $a_2 = 10$.

Oppgave 4 (10%)

I en spørreundersøkelse om realfag skulle man undersøke om elevene likte matematikk, fysikk og kjemi. På én videregående skole ble resultatet som følger:

- 41 av elevene svarte at de likte matematikk.
- 38 av elevene svarte at de likte kjemi.
- 34 av elevene svarte at de likte fysikk.
- 4 av de spurte elevene likte ingen av fagene.

Etter en nærmere analyse av svarene fant man ut at:

- 8 av de spurte elevene likte alle de tre fagene.
- 11 av de spurte elevene likte både matematikk og kjemi.
- 14 av de spurte elevene likte både matematikk og fysikk.
- 9 av de spurte elevene likte både kjemi og fysikk.

Avgjør på bakgrunn av dette hvor mange elever som deltok i denne undersøkelsen.

**Begrunn svara dine, og vis framgangsmåten når du løyser oppgåvene.
Lykke til!**

Oppgåve 1 (12%)

Viss mogleg, finn ei positiv og ei negativ løysing til dette systemet av lineære kongruensar:

$$x \equiv 3 \pmod{23}$$

$$x \equiv 5 \pmod{29}$$

Oppgåve 2 (21%)

Eit passord til eit datasystem skal innehalde nøyaktig 5 teikn. Lovlege teikn er dei 29 bokstavane A – Å og dei ti sifra 0 – 9. Passordet skal starte med ein bokstav.

- Kor mange forskjellige passord kan ein lage?
- Kor mange forskjellige passord er det som har nøyaktig to 4-are?
- Vel vi ut eit vilkårlig passord, kva er sannsynet for at det har minst eit siffer?

Oppgåve 3 (11%)

Løys rekurrensrelasjonen $a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2}$ med startverdiar $a_1 = 4$ og $a_2 = 10$.

Oppgåve 4 (10%)

I ei spørjeundersøking om realfag skulle ein undersøke om elevane likte matematikk, fysikk og kjemi. På ein vidaregåande skule blei resultatet slik:

- 41 av elevane svarte at dei likte matematikk.
- 38 av elevane svarte at dei likte kjemi.
- 34 av elevane svarte at dei likte fysikk.
- 4 av dei spurte elevane likte ingen av faga.

Etter ein nærmare analyse av svara fann ein ut at:

- 8 av dei spurte elevane likte alle dei tre faga.
- 11 av dei spurte elevane likte både matematikk og kjemi.
- 14 av dei spurte elevane likte både matematikk og fysikk.
- 9 av dei spurte elevane likte både kjemi og fysikk.

Avgjer på bakgrunn av dette kor mange elevar som deltok i denne undersøkinga.

Oppgave 5 (11%)

Vis matematisk at $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ er $\Theta(x^3)$.

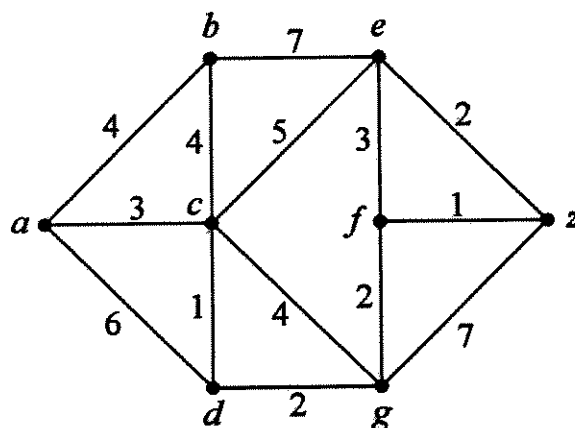
Oppgave 6 (21%)

Fibonacci-tallene, $f_0, f_1, f_2, \dots$, er definert rekursivt ved $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ og $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ for heltall $n \geq 2$.

- a) Tallfølgen $\{f_n\}$ gir en funksjon $g: \{0, 1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ gitt ved $g(n) = f_n$.
Er funksjonen g injektiv? Er g surjektiv? Er g bijektiv?
- b) Bevis ved induksjon at $f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 = f_n f_{n+1}$ når n er et positivt heltall.

Oppgave 7 (14%)

Gitt følgende urettede, vektete graf G :



- a) Finn det kromatiske tallet (fargetallet) til G .
- b) Finn et minimalt utspenningstre for G .

Oppgåve 5 (11%)

Vis matematisk at $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ er $\Theta(x^3)$.

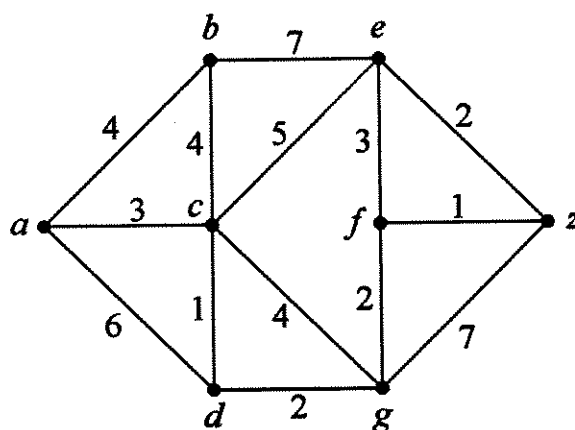
Oppgåve 6 (21%)

Fibonacci-tala, $f_0, f_1, f_2, \dots$, er definert rekursivt ved $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ og $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ for heiltal $n \geq 2$.

- a) Talfølgja $\{f_n\}$ gir ein funksjon $g: \{0, 1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ gitt ved $g(n) = f_n$.
Er funksjonen g injektiv? Er g surjektiv? Er g bijektiv?
- b) Bevis ved induksjon at $f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 = f_n f_{n+1}$ når n er eit positivt heiltal.

Oppgåve 7 (14%)

Gitt grafen G :



- a) Finn det kromatiske talet (fargetalet) til G .
- b) Finn eit minimalt utspennande tre for G .