EKSAMENSOPPGAVE MAT-0001

Eksamen i	:	**Mat-0001 Brukerkurs i matematikk**
Eksamensdato	:	**Mandag 13. desember 2004**
Tid	:	**Kl 09:00-13:00**
Sted	:	**Samvirkegården, 4. etasje**
Tillatte hjelpemidler	:	**- Alle trykte og skrevne**
		- Kalkulator

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: **Stipendiat Hilja Huru,**
Tlf 776 44018

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Universitetet i Tromsø, N-9037 Tromsø, Telefon 77 64 40 01, Telefaks 77 64 47 65

Oppgave 1

La funksjonen f være gitt ved

$$f(x) = (3x - 1)\, e^x$$

a) Beregn den deriverte til f og finn eventuelle lokale ekstrempunkter til f. Avgjør på hvilke intervall f er voksende/avtagende.

b) Finn likningen til tangentlinjen i punktet $x = 0$, dvs lineariser f i punktet $x = 0$.

c) Beregn f'' og avgjør på hvilke intervall f krummer oppover/nedover. Finn eventuelle vendepunkter til f.

d) La funksjonen g være gitt ved

$$g(x) = 2\sin(x)$$

Finn arealet avgrenset av grafen til g og x-aksen mellom linjene $x = 0$ og $x = 2\pi$. (Hint: Tegn grafen til g.)

Oppgave 2

La funksjonen f være gitt ved

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 2xy + y^2$$

a) Beregn de partiellderiverte til f. Finn alle lokale maksimums- og minimumspunkter.

b)Finn eventuelle ekstremverdier til f under bibetingelsen (constraint)

$$x + y = -2$$

Oppgave 3

En produsent produserer "Vitamindrikk" på flaske fra blåbærsaft, druesaft og vann. Det er 400g vitamindrikk pr flaske og hver flaske skal inneholde minst 0,2g C-vitamin og minst $8 \cdot 10^{-3}$g jern. Tabellen nedenfor angir mengden av stoffene og pris pr 100g saft.

	C-vitamin	Jern	Pris
Blåbærsaft	0,1g	$8 \cdot 10^{-3}$g	7 kr
Druesaft	0,2g	$2 \cdot 10^{-3}$g	3 kr

La x være vekten av blåbærsaft og y være vekten av druesaft i hver flaske (begge i enheter av 100g). Flasken etterfylles med rent vann.

a) Begrunn kort hvorfor ulikhetene

$$\begin{aligned} x+y &\leq 4 \\ x+2y &\geq 2 \\ 8x+2y &\geq 8 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

må være oppfylt når kravene til vitamindrikken er oppfylt. Skisser i et rettvinklet koordinatsystem alle kombinasjoner (x, y) som gir tillatt drikk.

b) Hva er prisen P for drikken uttrykt ved x og y? Ved hjelp av lineær programmering, finn den kombinasjonen av blåbærsaft og druesaft som gir billigst vitamindrikk.

Oppgave 4

En populasjon fisker på et korallrev vokser etter loven

$$\frac{N'}{N} = a\,(B - N)$$

der $N = N\,(t)$ er antall fisk ved tidspunkt t, a er et positivt reelt tall og B er bærekapasiteten til miljøet de lever i.

a) Anta at $a = 1$ og at ved et gitt tidspunkt er antall individer 300 og den relative vekstraten 20. Finn bærekapasiteten B.

b) Anta at N er meget liten sammenliknet med bærekapasiteten B. Finn en generell løsning for differensiallikningen uttrykt ved a, B og $N\,(0)$.

c) Finn løsningen for likningen når $N\,(0) = 5$, $N\,(3) = 90$ og bærekapasiteten B som i a). Når vil populasjonen overstige $B/2$?