



Universitetet i Tromsø

Institutt for Matematikk og Statistikk

Eksamen i: MAT-1002 Kalkulus 2
Eksamensdag: 25. mai 2007
Tid for eksamen: 09.00 - 13.00
Sted for eksamen: Åsgårdveien 9
Tillatte hjelpemiddel: Rottmanns tabeller, fire A4-ark med egne
håndskrevne eller trykte notater,
og kalkulator.

Kontaktperson under eksamen: Marius Overholt - 95423735/77644022

Settet består av 5 oppgaver på tre sider.

ALLE SVAR SKAL BEGRUNNES - VIS MELLOMREGNINGER.

Oppgave 1

a) Utled potensrekkeutviklingen til funksjonen

$$f(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-2x}$$

med senter i origo.

b) Bestem for potensrekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} [2^n + (-1)^n] x^n$$

dens konvergensradius.

Oppgave 2

a) For planet gitt ved likningen

$$x + 2y + 3z = 6 ,$$

finn den minste avstanden til origo.

b) For snittlinjen mellom planet i del a) og planet gitt ved likningen

$$x + y + z = 3 ,$$

finn en parametrisering. Finn også den minste avstanden fra denne linjen til origo.

Oppgave 3

a) En romkurve er gitt ved parameterframstillingen

$$(x, y, z) = (t, 2\sqrt{2}t^{3/2}/3, t^2/2) \quad , \quad t \geq 0 .$$

Finn tangentlinjen til kurven i det punktet som svarer til parameterverdien $t = 1$.

b) Finn buelengden til den delen av kurven som ligger mellom punktene som svarer til de to parameterverdiene $t = 0$ og $t = 1$.

Oppgave 4

a) Bruk integraltesten til å påvise at den uendelige rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-c}$$

konvergerer for hvert fast reelt tall $c > 1$.

b) Begrunn at den uendelige rekken som definerer funksjonen

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-x}$$

konvergerer uniformt på intervallet $[c, +\infty)$ for hvert fast reelt tall $c > 1$.
Begrunn videre at f er en kontinuerlig funksjon på intervallet $(1, +\infty)$.

Oppgave 5

a) Finn eventuelle stasjonære punkt til funksjonen

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x - 4y - 6z$$

og klassifiser i lokale minimumspunkt, lokale maksimumspunkt eller sadelpunkt.

b) Funksjonen f i del a) har et globalt minimumspunkt (x_0, y_0, z_0) under føringen

$$g(x, y, z) = x + y + z - 4 = 0 .$$

Finn dette punktet. Du er *ikke* bedt om å regne ut den tilhørende minimumsverdien.