EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1004

Eksamen i : **MAT-1004 LINEÆR ALGEBRA**

Eksamensdato : **28. SEPTEMBER 2007**

Tid : **9:00-13:00**

Sted : **Auditorium maximum**

Tillatte hjelpemidler :

1) Rottmanns tabeller

2) Godkjente statistiske tabeler

3) 2 A4-ark (4 sider) med egne notater

4) Godkjent kalkulator (se liste)

Oppgavesettet er på 2 sider ekskl. forside

Kontaktperson under eksamen:

Martin Rypdal, tlf. 776 44012/90175422

Oppgave 1:

Betrakt matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} .$$

a) Finn en basis for nullrommet $\ker(A)$ og en basis for søylerommet (bildet) $\mathrm{Im}(A)$. Hva er ranken til A?

b) Finn den generelle løsningen av likningen

$$A\,\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} .$$

Oppgave 2:

Betrakt matrisen

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Forklar kort hva som menes med en ortogonal matrise og hva som menes med en symmertrisk matrise.

b) Finn egenverdiene til matrisen W.

Oppgave 3:

I denne oppgaven ser vi på matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} .$$

a) Beregn A^2 og A^3. Finn en generell formel for A^n, der $n \in \mathbb{N}$.

b) Finn den inverse matrisen A^{-1}.

Oppgave 4:

La matrisen

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

være gitt.

a) Finn elementære 3×3 matriser $E_1, \ldots, E_k$ slik at $E_k \ldots E_1 B$ er en triangulær matrise.

b) Bruk svaret i (a) til å beregne determinanten til B.

Oppgave 5:

La $V = \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ være vektorrommet av reelle 2×2 matriser.

a) Angi en basis $\mathcal{B}$ i V.

La

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \ , \ a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

være en gitt matrise og definer en avbildning $T : V \to V$ ved

$$T(A) = MA \, .$$

b) Vis at T er en lineær avbildning.

c) Finn matrisen til avbildningen T med hensyn til basisen $\mathcal{B}$.

d) Vis at $\det(T) = \det(M)^2$.