EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

Eksamen i	:	**Mat-1001**
Dato	:	**Tirsdag 15 Februar 2005**
Tid	:	**Kl 0900 - 1300**
Sted	:	**Samvirkegården 4 etasje**
Tillatte hjelpemidler	:	**Rottmanns tabeller**
		To A4-ark (4 sider) med egne notater
		Godkjent Kalkulator

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson: Per Jakobsen tlf: 77644020

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Universitetet i Tromsø, N-9037 Tromsø, Telefon 77 64 40 01, Telefaks 77 64 47 65

1 Problem 1

a) Finn alle løsninger til ligningen

$$(i-1)z^5 - (4-4i)z = 0,$$

på rektangulær og polar form.

b) Finn den generelle reelle løsningen til differensligningen

$$x_{n+2} + x_n = 0.$$

c) Løs følgende problem

$$\begin{aligned} x_{n+2} + x_n &= 0, \\ x_0 &= 1, \\ x_1 &= 1, \end{aligned}$$

og vis at $x_{n+4} = x_n$ for alle n.

2 Problem 2

La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være funksjonen

$$f(x) = x - \sqrt{3}\arctan(\frac{1+2x}{\sqrt{3}}) - \frac{1}{2}\ln(1+x+x^2)$$

a) Undersøk hvor funksjonen er voksende og avtagende. Finn eventuelle lokale og globale ekstremalpunkter.

b) Undersøk så hvor f er konveks og konkav.

c) Vis at

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

og bruk så dette til å vise at f må ha et nullpunkt for $x > 0$. Skisser grafen til f.

(Merk: Du skal ikke bruke kalkulator i denne oppgaven)

3 Problem 3

a) Beregn grensen

$$\lim_{x\to\infty} (1 + a/x)^x$$

b) Løs integralene

i)

$$\int x \arctan(x) dx$$

ii)

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{(x-1)(x+1)^2} dx$$

4 Problem 4

a) Finn den generelle løsningen til ligningen

$$y'' + y = 3\cos(2x).$$

b) Løs startverdiproblemet

$$\begin{aligned} y'' + y &= 3\cos(2x), \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= 1. \end{aligned}$$

c) Finn den generelle løsningen til differensialligningen

$$xy'' + y' = 0$$

ved å velge y' som ny avhengig variabel.