



EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

BOKMÅL

Eksamen i : MAT-1001 Kalkulus 1

Eksamensdato : Mandag 15. desember 2003

Tid : Kl 0900-1300

Sted : Samvirkegården, 3. etasje

Tillatte hjelpemidler : Godkjent kalkulator

Rottmanns tabell, 2 medbragte A4 ark

Oppgavesettet er på 2 sider ekskl. forside

Kontaktperson under eksamen: Professor Tor Flå, Tlf. 44024

Oppgave 1

Du får oppgitt differenseligningen

$$z_{n+2} - 3z_{n+1} + 2z_n = (-1)^{n+1}2^{n+1},$$

- a) Finn den generelle løsningen til den tilsvarende homogene differenseligning.
- b) Finn så en partikulærløsning til differenseligningen.

c) Løs startverdiproblemet

$$z_{n+2} - 3z_{n+1} + 2z_n = 2^n \cos(\pi n)$$

$$z_0 = 1, z_1 = 0.$$

Tips: Vis først at $\cos(n\pi) = (-1)^n$.

Oppgave 2

a) La $F(x) = \int_0^x e^{bt^2} dt$. Argumenter for at $F'(x)$ eksisterer og finn denne.

b) La f være gitt som

$$f(x) = \begin{cases} \frac{F(x)}{x}, & x > 0, b \in \mathbf{R}, \\ 1 + |x|^{3/2}, & x \leq 0. \end{cases}$$

Finn $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ og $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

c) Vis at $f(x)$ er kontinuertlig for alle b .

d) Finn den deriverte av $f(x)$ der den eksisterer.

Oppgave 3

a) Vis at $\frac{x^3+2x^2}{x^2-2x+1} = \frac{7x-4}{x^2-2x+1} + x + 4$.

b) Beregn det ubestemte integralet

$$\int \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 2x + 1} dx.$$

c) For hvilke x kan en finne antideriverte til $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-2x+1}$ på formen

$$F(x) = \int_2^x \frac{t^3 + 2t^2}{t^2 - 2t + 1} dt.$$

Beregn denne eksplisitt.

Oppgave 4

Du får oppgitt differensialligningen

$$y'' + (2 + k)y' + 4y = 0, \quad k \in \mathbf{R}.$$

a) Klassifiser løsningene av denne differensialligningen for alle $k \in \mathbf{R}$.

b) Finn en partikulærløsning til

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}.$$

c) Løs også det inhomogene startverdi problemet

$$\begin{aligned} y'' - 4y' + 4y &= 3 \cdot e^{2x}, \\ y(0) &= 0, \quad y'(0) = 0. \end{aligned}$$