UNIVERSITETET I TROMSØ
DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Eksamen: MAT-0001
Dag: 19. februar 2007
Tid: 09.00-13.00

Kontaktperson: Ragnar Soleng, tlf. 77644014

Oppgave 1

På et fiskeoppdrett et sted i Finnmark produseres også fiskekasser til å transportere fisken i. De produserer langt flere enn de trenger, så de selger til andre fiskeoppdrett i nærheten. De produserer to typer kasser. Det meste av arbeidet blir gjort av en maskin, men noe må gjøres for hånd. Egentlig er den eneste forskjellen håndarbeidet.

Maskinen lager 6 kasser på én time og har en kapasitet på 1000 timer i året.

Det som må gjøres for hånd tar 30 minutter for en type A kasse og 15 minutter for en type B kasse. De to som gjør dette arbeidet kan bruke 2000 timer i året på dette.

La x være antallet av type A og y antall av type B som produseres. Første året de produserte kassene hadde de et behov for 1000 kasser av hver type selv, resten ville de selge. Fortjenesten for en type A kasse er 150 kroner og for en type B kasse er fortjenesten 100 kroner.

	Type A	Type B	Kapasitet
Maskin	$\frac{1}{6}$ timer	$\frac{1}{6}$ timer	1000 timer
For hånd	$\frac{1}{2}$ timer	$\frac{1}{4}$ timer	2000 timer
Fortjeneste	150	100	

a) Forklar at x og y tilfredsstiller

$$\begin{aligned} x + y &\leq 6000 \\ 2x + y &\leq 8000 \\ x &\geq 1000 \\ y &\geq 1000 \end{aligned}$$

b) Plot i et rettvinklet koordinatsystem det området beskrevet av ulikhetene i a). Vær nøye og skriv enheter på aksene.

c) Angi et uttrykk for fortjenesten.

d) Finn de verdiene av x og y som maksimaliserer fortjenesten. Hva er den maksimale fortjenesten?

Oppgave 2

For verdier av x, fra 1 til 10, er følgende målinger gjort for en størrelse y som avhenger av x

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	60	36	21	13	8	5	3	1.9	1.1	0.6

Avhengigheten kan være gitt ved en eksponentialfunksjon

$$y = ca^x,$$

eller ved en potensfunksjon

$$y = cx^r$$

a) Fortsett tabellen over med å regne ut $X = \log(x)$ og $Y = \log(y)$ for de 10 verdiene av x og y.

b) Sjekk ved å plotte verdiene av $X = \log(x)$ mot $Y = \log(y)$ for alle 10 verdiene om sammenhengen kan være gitt ved en potensfunksjon. Forklar hvorfor den er det, eller hvorfor den ikke er det.

c) Sjekk om avhengigheten kan være gitt ved en eksponentialfunksjon. Forklar hvorfor du konkluderer slik du gjør.

d) Du vil få positivt svar i enten b) eller c), så finn sammenhengen, dvs finn c, og enten a eller r.

Oppgave 3

a) Finn minimum av funksjonen $f(x,y) = x^2 + \frac{1}{2}y^2$ under bibetingelsen $x^2y = 8$.

b) Finn og klassifiser alle kritiske punkter for $f(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$.

Oppgave 4

Ikke bruk kalkulator i denne oppgaven.

a) Finn tangentlinja i $x = 1$ for funksjonen $f(x) = \frac{1}{\pi}\sin(\pi x) + \ln(x)$. Bruk lineær tilnærming til å finne en tilnærmet verdi av $f(1,1)$.

b) Beregn integralet

$$\int_0^8 \frac{\cos(\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx$$

Svaret er $2\sin(3) - 2\sin(1)$.