



EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

Eksamen i : MAT-1001

Eksamensdato : Mandag 26. februar 2007

Tid : 09.00-13.00

Sted : Aud. Max. , Adminstrasjonsbygget

Tillatte hjelpemidler : 2 A4 ark (4 sider) selvskrevene notater

Godkjent kalkulator

Rottmann's tabeller

Oppgavesettet er på 2 sider ekskl. forside

Kontaktperson under eksamen: Tor Flå, tlf. 776-44024

Oppgave 1

Du får oppgitt differenseligningen

$$z_{n+2} - z_{n+1} + z_n = 0,$$

- a) Finn den løsningen til differenseligningen når $z_0 = 1$ og $z_1 = 0$.
- b) Løs startverdi problemet $z_{n+2} - \frac{2}{3}z_{n+1} + \frac{1}{9}z_n = 0$ for $z_0 = 0$ og $z_1 = 1$.
- c) Beregn grenseverdien $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\frac{1}{3})^n$.

Her får du oppgitt at $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-ax} = 0$ for $a > 0$.

Oppgave 2

- a) Har $f(x) = 2x \ln |x| + x$ nullpunkt på intervallet $[e^{-2}, 1]$. ?
- b) Beregn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
Definerer $f(0) = 0$. Er $f(x)$ kontinuerlig med denne utvidelsen?
- c) Eksisterer $f'(0)$ for den utvidede funksjonen? Beregn $f'(x)$ der den eksisterer og finn eventuelle kritiske punkt for den utvidede funksjonen .

Oppgave 3

- a) Vis at $\frac{x^3+2x^2}{x^2-2x+1} = \frac{7x-4}{x^2-2x+1} + x + 4$.

- b) Beregn det ubestemte integralet

$$\int \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 2x + 1} dx.$$

- c) For hvilke x kan en finne antideriverte til $f(x) = \frac{x^3+2x^2+1}{x^2-2x+1}$ på formen

$$F(x) = \int_0^x \frac{t^3 + 2t^2 + 1}{t^2 - 2t + 1} dt.$$

Beregn denne eksplisitt.

Oppgave 4

Du får oppgitt differensialligningen

$$y'' + (2 + k)y' + 4y = 0, \quad k \in \mathbf{R}.$$

- a) For hvilke k er løsningene av karakteristisk ligning av kompleks type? For hvilken k er løsningen av karakteristisk ligning sammenfallende reell?

b) Finn en partikulærløsning til

$$y'' - 4y' + 4y = e^{-x}.$$

c) Løs også det inhomogene startverdiproblemet

$$y'' - 4y' + 4y = 3 \cdot e^{-x},$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$