

UNIVERSITETET I TROMSØ
DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE
FAKULTET

Eksamen i: MAT-1005, Diskret matematikk 1
Dato: mandag 20. februar 2006
Tid for eksamen: 0900-1300
Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator, 2 A4-ark (4 sider) med egne notater (enten håndskrevne eller trykte) og Rottmanns tabeller

Oppgavesettet er på 2 sider.

Kontaktperson: Loren Olson, tlf. 99701428

Begrunn alle svarene. Hver av de 8 oppgavene teller likt.

Oppgave 1

- a.) Hvilke positive heltall a med $0 < a < 30$ er innbyrdes prime med 30?
- b.) Er heltallene 14, 17 og 85 parvis innbyrdes prime?
- c.) Har den lineære kongruensen $3x \equiv 1 \pmod{16}$ løsninger? Dersom svaret er ja, beskriv dem. Dersom svaret er nei, bevis det.

Oppgave 2

Vi kaster en terning to ganger.

- a.) Hva er sannsynligheten for at vi får et oddetall begge ganger?
- b.) Hva er sannsynligheten for at vi får et partall begge ganger?
- c.) Hva er sannsynligheten for at summen er et partall?

Oppgave 3

Betrakt følgende graf G :



- a.) Har G en Eulersykel?
 - b.) Har G en Hamiltonvei?
- Husk å begrunne svarene.

Oppgave 4

Gi en god O -estimat for funksjonen $f(n) = (n^2 + 8)(n + 1)$, med andre ord finn en enkel funksjon $g(n)$ slik at f er $O(g)$ og at dette gir en rimelig god grense for veksten til f . Husk å begrunne valget av g .

Oppgave 5

Bruk matematisk induksjon til å vise at 3 deler $n^3 + 2n$ for alle heltall $n \geq 0$.

Oppgave 6

Finn alle løsninger til systemet av kongruenser

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{11}$$

Oppgave 7

Finn antall positive heltall n med $0 < n < 100$ som er slik at n er enten odde eller et kvadrat.

Oppgave 8

Vis at det finnes uendelig mange primtall.