



EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

Eksamen i : MAT-1001 Kalkulus 1
Dato : Mandag 12. desember 2005
Tid : kl. 1500 - 1900
Sted : Åsgårdveien 9
Tillatte hjelpemidler : Rottmanns tabeller
To A4-ark (4 sider) med egne notater
Godkjent kalkulator

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson: Marius Overholt, tlf. 77 64 40 22

ALLE SVAR SKAL BEGRUNNES - VIS MELLOMREGNINGER.

Oppgave 1

a) Avgjør for hvilke reelle verdier av b likningen

$$z^2 + 2bz + 3 = 0$$

har

(i) To distinkte reelle røtter

(ii) En reell rot

(iii) To komplekse røtter

b) Finn den løsningen til differenslikningen

$$a_{n+2} + 2a_{n+1} + 3a_n = 0$$

som har startverdiene $a_0 = 2$ og $a_1 = -2$.

Oppgave 2

En funksjon er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x + \frac{x^2}{2})e^{-x} & , \quad x \geq 0 \\ (1 - x + \frac{x^2}{2})e^x & , \quad x < 0 \end{cases}$$

på $\mathbb{R}$.

a) Avgjør hvor f er kontinuerlig, og hvor den er deriverbar.

b) Finn eventuelle lokale maksimums- eller minimumspunkt til f .

c) Avgjør på hvilke intervaller f er konveks, og på hvilke den er konkav.

Oppgavene fortsetter på neste side.

Oppgave 3

En funksjon F er definert ved

$$F(x) = \int_0^{1/2} \frac{u - u^2}{\sin(\pi u)} du + \int_{1/2}^x \frac{u - u^2}{\sin(\pi u)} du$$

på intervallet $[0, 1]$, og er kontinuerlig på dette intervallet.

a) Påvis at

$$F'(x) = \frac{x - x^2}{\sin(\pi x)}$$

for $0 < x < 1$. Gi en kort begrunnelse. Da bruker du en viktig sats fra pensum. Hva heter den?

b) Regn ut grensen

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{F(x)}{x}.$$

c) Regn ut det bestemte integralet

$$\int_0^1 F(x) \cos(\pi x) dx.$$

Oppgave 4

a) En kurve er gitt ved

$$y = x^3 + x.$$

Finn sekanten til denne kurva gjennom punktene $(-1, -2)$ og $(2, 10)$. Finn tangenten til kurva gjennom punktet $(1, 2)$.

b) La f være en funksjon som er kontinuerlig og deriverbar på hele tallinja $\mathbb{R}$. Betegn grafen $y = f(x)$ med C .

Bevis at hvis alle tangentene til C har positivt stigningstall, så har også alle sekantene til C positivt stigningstall.

LYKKE TIL!