EKSAMENSOPPGAVE I MAT-1001

Eksamen i : **MAT-1001**

Eksamensdato : **11. desember 2007**

Tid : **0900-1300**

Stad : **Åsgårdvegen 9**

Tilletne hjelpemiddel :

- **2 A4 ark skrivne på begge sider**
- **Rottmanns tabellar**
- **Godkjend kalkulator**

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: **Professor Einar Mjølhus,**
Tlf 44013

I dette eksamenssettet vil kvart delspørsmål a), b), ..., telja likt. Alle svar må grunngjevast, og rekningane som fører fram til svaret må visast.

Oppgave 1.

a) Finn den generelle løysinga til differenslikninga

(1) $x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = 0$

Løysinga skal uttrykkast på reell form.

b) Finn den løysinga av (1) som stettar

(2) $$\begin{aligned} x_0 &= 1 \\ x_1 &= 1. \end{aligned}$$

c) Vis at løysinga av problemet gjeve ved (1) og (2) berre består av heile tal.

Oppgave 2.

a) Vis at funksjonen f gjeve ved

$$f(x) = e^x - x - 1, \ x \in \mathbf{R}$$

har eit globalt minimum; finn dette minimumspunktet og minimumsverdien.

b) La

$$g(x) = \frac{x}{e^x - 1}, \ x \neq 0.$$

Finn ein verdi a slik at ved å setja

$$g(0) = a,$$

blir g kontinuerlig.

c) Finn eventuelle asymptotar for g. Lag ei skisse av grafen til g ut frå det du no veit om g.

Oppgave 3

a) Finn eit uttrykk for funksjonen

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{t(t+1)} dt$$

for $x > 0$.

b) La funksjonen G vera definert ved

$$G(x) = \int_x^1 \ln t dt, \quad x > 0.$$

Forklar kvifor G er deriverbar for alle $x > 0$. Vis at G er strengt veksande for $0 < x < 1$ og strengt avtakande for $1 < x$. Finn maksimumsverdien til G og for kva verdi av x G får den verdien.
c) Finn eit eksplisitt uttrykk for $G(x)$, til dømes ved delvis integrasjon.

Oppgave 4.

a) La $c = a + ib$ der a og b er reelle tal og $i^2 = -1$. Skriv funksjonen

$$h(x) = e^{cx}$$

som

$$h(x) = f(x) + ig(x),$$

der f og g er reelle funksjonar.
b) Vis derivasjonsregelen

(1) $$h'(x) = ce^{cx}$$

ut frå dei derivasjonsreglar du kjenner for reelle funksjonar, og der h' er definert som $h' = f' + ig'$.
c) Rekn ut

$$\int_0^x e^{at} \cos bt dt$$

anten ved hjelp av derivasjonsregelen (1) eller på annan måte.

Lykke til.