



EKSAMENSOPPGAVE I MAT-3200

Eksamen i : Mat-3200
Dato : Onsdag 12 desember 2007
Tid : Kl 0900 – 1300
Sted : Åsgårdvn. 9
Tillatte hjelpemidler : Rottmanns tabeller
To A4-ark (4 sider) med egne notater
Godkjent Kalkulator

Oppgavesettet er på 3 sider inkl. forside

Kontaktperson: Per Jakobsen tlf: 77644020

I dette oppgavesettet teller oppgavene 1 til 4 like mye.

Oppgave 1

a) Vis at transportligningen

$$\partial_t n + a(n) \partial_x n = 0$$

er en enkel modell for enveistrafikk. Beskriv noen av antagelsene som ligger bak modellen og hva betydningen av funksjonen $a(n)$ er.

b) Anta at $a(n) = a_0$. Hva er fortolkningen av denne antagelsen? Bruk karakteristikkmetoden til å finne den unike løsningen av transportligningen som oppfyller startbetingelsen $n(0, x) = f(x)$.

c) Anta $a(n) = n$. Hva er fortolkningen av denne antagelsen? Bruk karakteristikkmetoden til å finne den unike løsningen av transportligningen som oppfyller startbetingelsen

$$n(0, x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 1 - x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

Lage en tegningen som viser hvordan løsningen oppfører seg når $t \rightarrow 1$.

Oppgave 2

Finn den generelle løsningen på startverdiproblemet

$$\partial_{tt}\varphi - c^2 \partial_{xx}\varphi = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

$$u(0, x) = f(x)$$

$$\partial_t(0, x) = g(x)$$

ved å bruke karakteristikkmetoden.

Oppgave 3

Bruk separasjon av variable til å finne løsningen på problemet

$$\partial_t u = \partial_{xx} u \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(0, x) = v(x)$$

$$u(t, 0) = 0$$

$$\partial_x(t, 1) = 0$$

hvor

$$v(x) = \begin{cases} -1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

og vis at løsningen er uendelig deriverbar for alle $t > 0$.

Oppgave 4

a) Gi en presis definisjon av en distribusjon og av den deriverte av en distribusjon.

- b)** Beregn den førstederiverte og andrederiverte av den regulære distribusjonen $|x|$.
c) Greensfunksjonen til randverdiproblemet

$$u_{xx} = f(x), \quad -1 < x < 1$$

$$u(-1) = -1$$

$$u(1) = 1$$

er en distribusjon som løser problemet

$$g_{xx} = \delta(x - \xi), \quad -1 < x < 1$$

$$g(-1, \xi) = 0$$

$$g(1, \xi) = 0$$

Finn $g(x, \xi)$ og bruk g til å finne løsningen til randverdiproblemet.