UNIVERSITETET I TROMSØ
Det matematisk-naturvitskaplege Fakultet

Eksamen i:	MAT-1005, Diskret matematikk 1
Dato:	Torsdag 16. desember 2004
Tid for eksamen:	1500-1900
Tillatne hjelpemiddel:	Godkjent kalkulator, 2 A4-ark (4 sider) med eigne notat (anten handskrivne eller trykte) og Rottmanns tabellar

Oppgåvesettet er på 2 sider.

Kontaktperson: Loren Olson, tlf. 99701428

Begrunn alle svarene.

Oppgåve 1

La n vere eit positivt heiltal. Skriv $n = (a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0)_{10}$ i ei desimalutvikling. Vis at n er deleleg med 3 viss og berre viss $a_k + a_{k-1} + \cdots + a_1 + a_0$ er deleleg med 3.

Oppgåve 2

Kor mange positive heiltal mellom 1000 og 2999 er deleleg med 5 men ikkje med 7?

Oppgåve 3

Vi er gitt følgande fem symbol med deira respektive hyppigheter: $(a : 0,20), (b : 0,10), (c : 0,15), (d : 0,25), (e : 0,30)$. Finn ein optimal prefikskode.

Oppgåve 4

Finn den største fellesdivisor d av 5 og 23, og finn heiltal x og y slik at $5x + 23y = d$. Har 5 ein invers modulo 23?

Oppgåve 5

Vi kastar to terningar. Kva er sannsynet for at summen er ≥ 10? ≥ 9? ≥ 8? Dersom vi kastar tre terningar, kva er sannsynet for at summen er 16?

Oppgåve 6

Sjå på den urettede grafen $G = (V, E)$ der $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ og $E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, f), (f, d), (f, e), (d, e)\}$. Tegn G. Har G ein Euler sykel? Har G ein Euler veg? Har G ein Hamiltonveg?

Oppgåve 7

Løys rekurrensrelasjonen $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ med startverdiar $a_0 = 1, a_1 = 0$. Løys den samme rekurrensrelasjonen for startverdiar $a_0 = 0, a_1 = 1$.

Oppgåve 8

Bruk matematisk induksjon til å vise at summen av dei n første odde positive heiltala er n^2, dvs. $\sum_{j=1}^{n}(2j - 1) = n^2$.