

UNIVERSITETET I TROMSØ
DET MATEMATISK
NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Prøveeksamen i: MAT-1005, Diskret matematikk 1
Eksamensdag: Torsdag 18. desember 2003
Tid for eksamen 09.00-13.00
Tillatte hjelpemiddel: Godkjent kalkulator og 2 sider notater

Oppgavesettet er på 2 sider.

Kontaktperson: Ragnar Soleng, tlf. 77644014

Oppgave 1 *Regn ut følgende*

- a) $(10101 \wedge 10110) \oplus 01011$
- b) $(10111 \vee 10010) \oplus 01011$

Oppgave 2 *Vi ser på bit-strenger av lengde 10, eller ekvivalent, ord av lengde 10 skrevet i et alfabet med 2 bokstaver. Vi kaller bokstavene 0 og 1, slik at et typisk ord er 1000111011.*

- a) *Hvor mange mulige bit-strenger av lengde 10 er det totalt?*
- b) *Hvor mange har nøyaktig 2 nullere?*
- c) *Hvor mange ender på 0?*

Oppgave 3 a) *Bruk inklusjons-eksklusjonsprinsippet til å finne antall heltall mellom 1 og 100 som enten er eit kvadrat eller delelig med 5 eller 7.*

b) *Anta man trekker et tall tilfeldig mellom 1 og 100. Bruk resultatet i a) for å regne ut sannsynligheten for å få et tall som hverken er eit kvadrat eller delelig med 5 eller 7. (Svaret er 61/100.)*

Oppgave 4 *La $a = 147$ og $b = 252$. Bruk Euklids utvidete algoritme til å finne største felles divisor $d = \text{sfd}(a, b)$ for a og b og finn to heltall r og s slik at $d = ra + sb$. Vær nøye med å la det gå frem av besvarelsen hvordan du har gjort dette.*

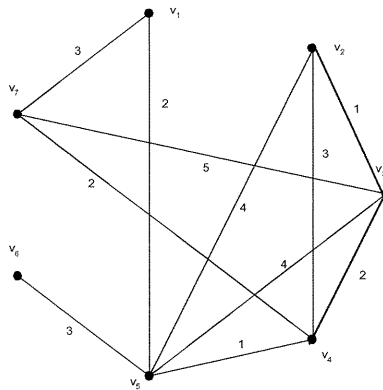


Figure 1:

Oppgave 5 Funksjonen $f(x)$ er slik at $f(2x) = f(2) + f(x)$ for alle reelle tall x . Bruk induksjon til å vise at $f(2^n) = nf(2)$ for alle heltall $n \geq 1$.

Oppgave 6 I figur 1 finner du en urettet graf G med 7 hjørner.

- Har G en Eulersti, det vil si en sti der du bruker alle kantene nøyaktig én gang? Begrunn svaret.
- Finn fargetallet (det kromatiske tallet) til G .
- Finn et minimalt utspenningstre for grafen.

Oppgave 7 I et språk med alfabet $v_1, v_2, \dots, v_7$ forekommer symbolene med hyppighet gitt i tabellen under. Lag en Huffmankode for dette alfabetet og angi gjennomsnittlig antall bit som blir brukt til å kode et symbol.

i	1	2	3	4	5	6	7
$w(v_i)$	0,13	0,06	0,18	0,15	0,23	0,17	0,08

Oppgave 8 La $f : A \longrightarrow B$ og $g : B \longrightarrow C$ være to funksjoner.

- Om $g \circ f$ er injektiv, vis at også f er injektiv.
- Om $g \circ f$ er surjektiv, hva kan du si om f eller g . Bevis påstanden.