EKSAMENSOPPGAVE MAT-2100

Eksamen i	:	**MAT-2100 Kompleks analyse**
Eksamensdato	:	**10. juni 2005**
Tid	:	**Kl 0900-1300**
Sted	:	**Aud. Max.**
Hjelpemidler	:	**Alle**

Oppgavesettet er på 2 sider inkl. forside

Kontaktperson under eksamen: Professor Valentin Lychagin

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Universitetet i Tromsø, N-9037 Tromsø, Telefon 77 64 40 01, Telefaks 77 64 47 65

Kompleks Analyse Våren 2005

A Løs følgende ligning:

$$e^{2z} = 2\left(e^z + 1\right).$$

B B1 Avgjor hvilke av følgende funksjoner er analytiske og klassifiser singularitene.

1

$$f_1(z) = \frac{z + \overline{z}}{z^2},$$

2

$$f_2(z) = \frac{\sin\left(z^4 + z^2 - 2\right)}{z^2 - 1},$$

3

$$f_3(z) = z^3 e^{\frac{2}{z}},$$

4

$$f_4(z) = \frac{z^3 - 2z^2 - 2z - 3}{(z^2 - 9)^2}.$$

B2 Beregn følgende integraler

$$\int_{\partial D} f_k(z)\, dz$$

for $k = 1, 2, 3, 4$, og $D = \{|z| \leq 2\}$.

C Løs følgende integraler ved hjelp av residyeregning

C1

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + x^2 + 1} dx,$$

C2

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{\cos(2x) + 2} dx,$$

C3

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4 + 1} dx.$$

D D1 Finn Fourierrekka for følgende funksjon:

$$f(x) = \sin^4 x + \cos^2 x$$

på intervalet $[-\pi, \pi]$.

D2 Finn Fouriertransformen til følgende funksjon

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1}$$