**Norges teknisk-
naturvitenskapelige universitet**

Institutt for matematiske fag

Veileder: Idar Hansen
Rom: 1254, Sentralbygg II
E-post: idar@math.ntnu.no
Telefon: 735 93528

Fikspunktteori

Et **fikspunkt** for en funksjon $f\colon X \to X$ fra en mengde X til seg selv er en $x \in X$ slik at $f(x) = x$. Fikspunktteori dreier seg blant annet om å studere betingelser på X og f som garanterer at fikspunkter fins.

Fra TMA4145 Lineære metoder har vi Banachs fikspunktteorem som sier at dersom X er et komplett metrisk rom ($\neq \emptyset$) og f er en kontraksjon, da har f et entydig fikspunkt. Dette teoremet har viktige anvendelser innenfor blant annet teorien for differensial- og integralligninger, og løsning av lineære ligninger.

Det mest grunnleggende eksempelet på et fikspunktteorem er at enhver kontinuerlig funksjon $f\colon [a,b] \to [a,b]$ har et (det vil si minst ett) fikspunkt — og dette følger direkte fra mellomverditeoremet. En generalisering av dette resultatet til høyere dimensjon går under navnet **Brouwers fikspunktteorem** og sier at enhver kontinuerlig funksjon $f\colon \mathbb{D}^n \to \mathbb{D}^n$ har et fikspunkt, der $\mathbb{D}^n$ er enhetsdisken $\{x \mid x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2 \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}^n$. Men nå er beviset vanskeligere.

Et bevis for Brouwers fikspunktteorem og andre teoremer der algebraiske invarianter sier noe om eksistens av fikspunkter inngår blant annet i prosjektet.

Grunnlaget for et slikt prosjekt legges i emnene TMA4190 Mangfoldigheter og MA3403 Algebraisk topologi I, men nødvendige begreper fra disse emnene kan også tas inn som en del av prosjektet.