

Sommer 2006

Oppfriskningskurs

Fasit for øving 3: Funksjoner og derivasjon

Oppgave 1

a) $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ b) $f'(x) = 2x + 1$ c) $f'(x) = 4x(x^2 + 1)$

Oppgave 2

a) $f'(x) = 20x(x^2 + 1)^9$ b) $f'(x) = -2 \sin(2x + 4)$

c) $f'(x) = \frac{\sin x \cos x (2 + \sin x)}{(1 + \sin x)^2}$ d) $f'(x) = -\frac{1}{2}(1 - x)^{-\frac{3}{2}}$

e) $f'(x) = -10(\cos 2x - \frac{1}{2})^4 \sin 2x$ f) $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

Oppgave 3

Tallene er 25 og 25.

Oppgave 4

a) Nullpunkt: $(-3, 0)$ og $(2, 0)$.

$f(x)$ vokser for $x \in \langle -\frac{1}{2}, \infty \rangle$, $f(x)$ avtar for $x \in \langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle$.

Minimum: $(-\frac{1}{2}, -\frac{21}{4})$ er et minimum, ingen vendepunkt, ingen asymptoter.

b) $f(x)$ er positiv for $x \in \langle -3\sqrt{3}, 0 \rangle \cup \langle 3\sqrt{3}, \infty \rangle$.

$f(x)$ er negativ for $x \in \langle -\infty, -3\sqrt{3} \rangle \cup \langle 0, 3\sqrt{3} \rangle$.

Nullpunkt: $(-3\sqrt{3}, 0)$, $(0, 0)$, og $(3\sqrt{3}, 0)$.

$(0, 0)$ er skjæringspunkt med y-aksen.

$f(x)$ vokser for $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$ og avtar for $x \in \langle -3, 3 \rangle$.

$(-3, 54)$ er et lokalt maksimum og $(3, -54)$ er et lokalt minimum.

$(0, 0)$ er et vendepunkt, ingen asymptoter.

c) Nullpunkt: $(-2, 0)$, ingen topp-, bunn- eller vendepunkt.

$f(x)$ er synkende i området $\langle -\infty, 1 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$.

$y = 1$ er en horisontal asymptote, og $x = 1$ er en vertikal asymptote.

d) Nullpunkt: $(-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, 0)$ og $(-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 0)$.

$(0, 1)$ er et lokalt toppunkt, og $(2, 5)$ er et lokalt bunnpunkt.

$f(x)$ stiger i intervallene $\langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 2, \infty \rangle$, og synker i intervallene $\langle 0, 1 \rangle \cup \langle 1, 2 \rangle$.

Ingen vendepunkt.

e) Nullpunkt: $(0, 0), (\frac{2\pi}{3}, 0), (\pi, 0), (\frac{4\pi}{3}, 0), (2\pi, 0), (\frac{8\pi}{3}, 0), (3\pi, 0), (\frac{10\pi}{3}, 0), (4\pi, 0)$.

Lokale maksima for $x \in \{0.94, 3.71, 7.22, 9.99\}$.

Lokale minima for $x \in \{2.57, 5.35, 8.86, 11.63\}$.

Vendepunkt for $x \in \{1.70, \pi, 4.59, 2\pi, 7.88, 3\pi, 10.87\}$.

Oppgave 5

b) Nullpunkt for $x \in \{-\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$.

Lokale maksima for $x \in \{-\frac{5\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\}$.

Lokale minima for $x \in \{-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\}$.

Vendepunktene sammenfaller med nullpunktene.

Oppgave 7

Likninga kan skrives $(x - 3)(x + 3)(x - 4) = 0$. I tillegg til $x = 3$ har vi lsningene $x = -3$ og $x = 4$.