Veileder: Bjørn Ian Dundas
Rom: 1248-SII
e-mail: dundas@math.ntnu.no

Gode proteser: Liegruppen SO(3)

Sammendrag. Mengden av alle rotasjoner, populært kjent som SO(3), er en såkalt *Liegruppe* (se under for kort forklaring). Bruk Liegruppestrukturen til å gi fornuftige protesedesigner.

Nytteverdi. Hvor kynisk kan man spørre? Dessuten vil studenten ha lært seg grunnhåndtverket om mangfoldigheter og Liegruppe-teori.

Beskrivelse. La SO(3) være mengden av alle rotasjoner av $\mathbf{R}^3$, og tenk på det som en undermengde av alle 3×3-matriser. Rommet SO(3) er det man kaller en *mangfoldighet*: det er et rom som lokalt ser ut som det flate rommet, men som krøller seg opp på seg selv på en måte som ikke så lett lar seg beskrive uten litt mer matematikk.

Foruten å være en mangfoldighet har SO(3) en "gruppestruktur": sammensettning av rotasjoner tilsvarer multiplikasjon av matriser, og alle rotasjonsmatriser har en invers, som også er en rotasjonsmatrise.

Gruppestrukturen og mangfoldighetsstrukturen lever lykkelig sammen (spesielt er multiplikasjon så deriverbar som du bare ønsker), og danner det vi kaller en *Liegruppe*struktur (oppkalt efter den norske matematikeren Sophus Lie, hvis biografi utkommer i disse dager).

Så problemet er som følger: SO(3) er lokalt flatt, og vi har algebraiske operasjoner som vi er vant med. Vis at vi kan designe fornuftige begreper analogt med de vi kjenner til fra det genuint flate tilfellet. Spesielt ser jeg for meg at vi kan lave en algoritme som jeg suggestivt vil kalle "sirkulær regressjon" for å løse et konkret problem.

Dette problemet springer ut av samtaler med Øyvind Stavdahl ved SINTEF. For å lave gode proteser må man godta visse begrensninger. I vårt tilfelle dreier det seg om håndledds proteser, så en opplagt begrensning er tyngden, og dermed kompleksiteten på protesen. Følgelig må man være beredt på å senke antall frihetsgrader. Ut i fra målinger vet man at visse håndleddsstillinger er mer anvendte enn andre. Finn en design av protesen som tillater brukeren å anvende et mest mulig representativt spektrum av håndstillinger og -bevegelser.

Samarbeid. Egner seg for for en gruppe på én til to studenter. Kurset SIF5034, mangfoldigheter. vil være en naturlig forutsetning prosjektet.