

TMA 4195 Matematisk modellering - 2006

LØSNING AV DIFF.LIGNINGER I MATLAB

Todimensjonale systemer

Dette er en minimal løser for et 2-dimensjonalt system av ikke-lineære ligninger i MATLAB. Den består av to .m-filer. Den første er selve programmet og den andre beregningen av de deriverte (høyresiden) i ligningene.

Se ellers dokumentasjonen av MATLAB-rutinene **ode23** og **ode45** for løsning av ikke-lineære diff.ligninger. MATLAB-funksjonen **ginput** gjør det mulig å peke på plottet for å angi startverdien. Merk at **jobb.m** og **xder.m** må ligge på en katalog som MATLAB finner. Funksjonen **xder.m** definerer ligningen.

I MATLAB er det *alltid* bedre å arbeide med m-filer enn å bruke "copy-and-paste" på kommandolinja.

EKSEMPEL:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= -s(1-c) + c + 8\sin(2c) \\ \dot{c} &= s(1-c) - c + (1-c)^2, \quad (-5 < s, c < 5)\end{aligned}$$

jobb.m :

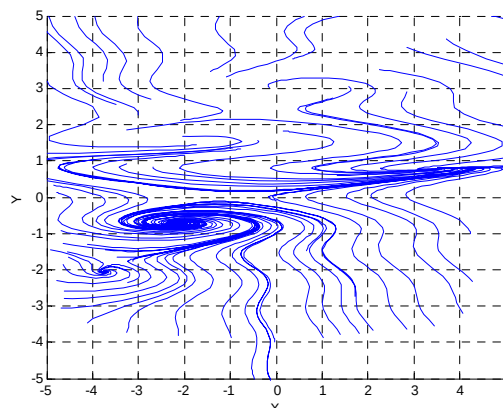
```
clear
clf
tspan=[0 15]
axis([-5 5 -5 5]);
hold on
for loop = 1:100
    x0 = ginput(1);
    [t,x]=ode45('xder', tspan,x0);
    plot(x(:,1),x(:,2))
end;
```

% Definerer et tidsintervall
% Def. koordinatsystemet
% Ko.systemet skal ligge fast
% Loop max. 100 ganger
% Plukker startverdi med musa
% Løser lign. definert i xder.m
% Tegner ut banen

xder.m :

```
function xd=xder(t,x)
s = x(1);
c = x(2);
xd(1)=-s*(1-c)+c + 8*sin(2*c);
xd(2)= s*(1-c)-c+(1-c).^2;
xd = xd';
```

Eksempel på plot :



Tredimensjonale systemer

Det er like enkelt å programmere løsning av 3d-systemer, men her er det mer plundrete å lage en god visualisering.

Eksemplet nedenfor er det mest kjente systemet som viser "kaotiske" baner (N. Lorenz's ligninger fra atmosfærisk turbulens).

Disse m-filene er ikke raffinerte på noen måte. Tegningen av banen har blitt bremsset ned for tydeligere å vise tidsutviklingen.

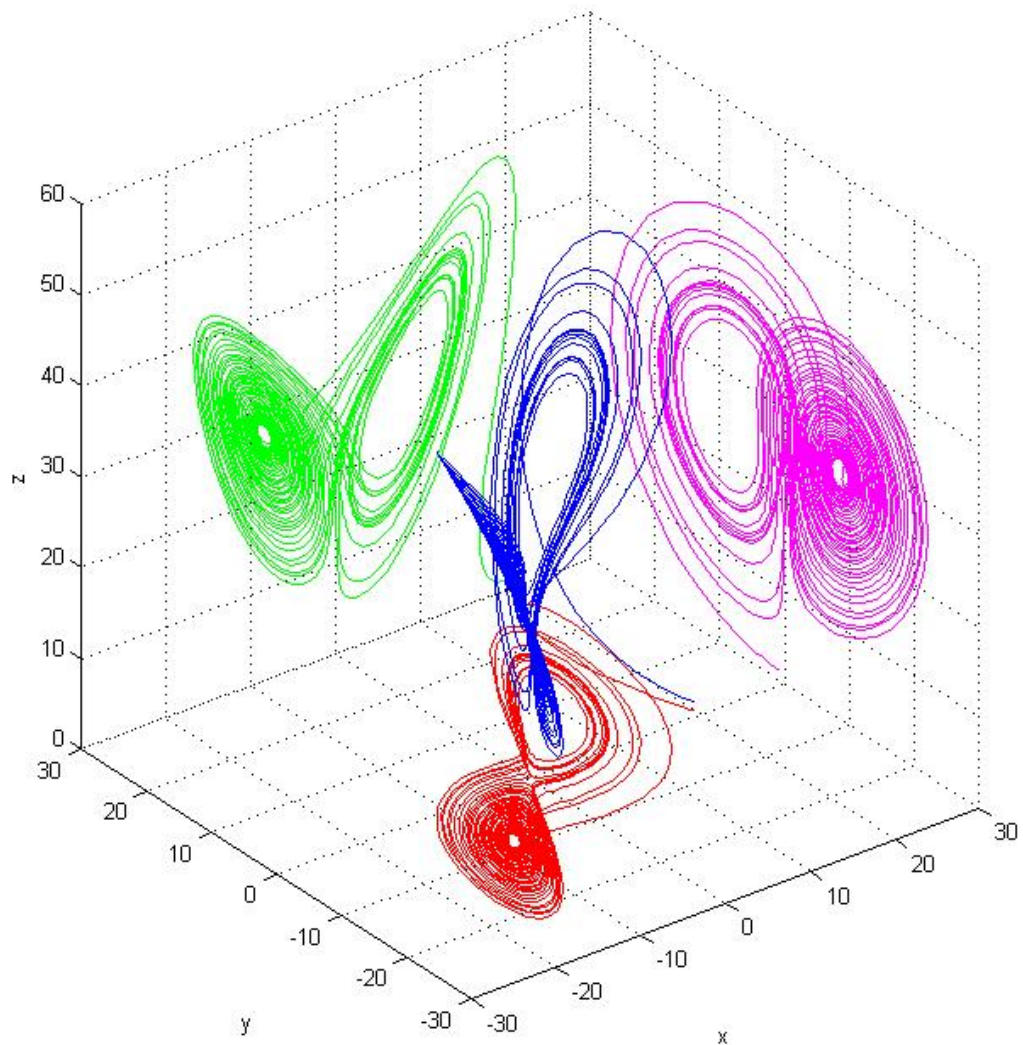
Figuren viser banene i et 3-d koordinatsystem med tilhørende projeksjoner på grenseflatene.

Jobb:

```
clear
clf
tspan = [0 40]
x0 = [20 1 1]';
[t,x]=ode45('lorenz', tspan,x0);
N = max(size(x))
jstep = 50;
for j = 1:jstep:N
    n1 = j;
    n2 = min(N,j+jstep);
    plot3(x(n1:n2,1),x(n1:n2,2),x(n1:n2,3))
    xlabel('x');
    ylabel('y');
    zlabel('z');
    axis([-30 30 -30 30 0 60])
    hold on
    pause(0.1)
end
plot3(x(:,1),x(:,2),0*x(:,3),'r')
plot3(x(:,1),0*x(:,2)+30,x(:,3),'g')
plot3(0*x(:,1)+30,x(:,2),x(:,3),'m')
grid
```

Diff.-ligningssystem:

```
function xd=lorenz(t,xin)
sigma = 10;
rho = 28;
beta = 8/3;
x = xin(1);
y = xin(2);
z = xin(3);
xd(1)= sigma*(y-x);
xd(2)= x*(rho-z)-y;
xd(3)= x*y - beta*z;
xd = xd';
```



Eksempel på "sommerfugl"-bane til Lorenzligningene for $0 < t < 40$ (blå kurve). Prosjeksjoner ned på grenseflatene i rødt, grønt og magenta. Figuren er lagret i jpg og vil være tydelige på en dataskjerm. Systemet hopper tilsynelatende kaotisk mellom de to vingene. For en numerisk løsning vil det alltid være usikkert om løsningen i seg selv er kaotisk, eller om dette er et resultat av numerikken.