

Obligatorisk oppgave 2

6. april 2003

For å gå opp til eksamen i MA 001, må hver student ha levert inn og fått godkjent besvarelser av to sett obligatoriske oppgaver. Dette er det andre av disse.

Hver student leverer en individuell besvarelse til gruppelærer eller i ekspedisjonen på matematisk institutt i 7. etg i N. H. Abels hus.

Gruppelærerene retter besvarelsene og godkjenner de som tilsvarende en bestått karakter (4.0/E eller bedre)

Husk å skrive ditt fulle navn og gruppenummer på besvarelsen

Innleveringsfrist for denne oppgaven er **fredag 25. april 2003 kl.14.30**

Kun søknad dokumentert med legeattest kan gi utsettelse på obligatoriske oppgaver. Søknad sendes til Matematisk Institutt v/Heidi Raude (heidimr@math.uio.no)

Gi en matematisk begrunnelse for alle svar. Gi eksakte svar når det er mulig.

Oppgave 1

Noen radioaktive stoffer mister fort sin radioaktivitet, andre fortsetter strålingen gjennom svært lang tid. Vi vil ta for oss to av disse stoffene som vi

kaller A og B. Radioaktivitet måles i enheten curie. Stoffets halveringstid er den tid det tar før radioaktiviteten er sunket til det halve. Vi tenker at vi ved tid $t=0$ starter med en bestemt mengde av stoffene A og B.

Følgende tabell viser radioaktiviteten etter N år :

Radioaktivitet etter	10 år	25 år	50 år	100 år	10 000 år
A	400	172	43	2.6	
B	0.4				0.12

La $f(t)$ og $g(t)$ være radioaktiviteten (i curie) i hhv stoff A og B etter t år.

a) Plott dataene for stoff A i et logaritmisk koordinatsystem. (Logaritmisk skala for radioaktiviteten, lineær skala for tiden) og tilpass på øyemål en rett linje. Les ut av figuren radioaktiviteten etter 75 år.

b) Still opp en formel for $f(t)$.

c) Finn halveringstiden for stoff A.

I det følgende vil vi bruke integralene

$$F(N) = \int_0^N f(t)dt$$

og

$$G(N) = \int_0^N g(t)dt$$

som mål på hvor mye miljøet belastes som følge av stråling fra stoff A og B i løpet av de første N år.

d) Gitt $g(t) = 0.4e^{(-\lambda t)}$ (curie) der $\lambda = 1.2 \cdot 10^{-4}$ (år⁻¹). Finn integralet $G(N)$.

e) Finn integralet $F(N)$ og avgjør hvilket av stoffene som belaster miljøet mest i løpet av de første 10 000 år.

Oppgave 2

a) bestem eventuelle nullpunkter og ekstrepunkter til funksjonen

$$f(x) = 2x + \frac{3}{x}, x \neq 0$$

b) Finn eventuelle vendepunkter og skisser grafen til funksjonen.

Oppgave 3

a) Løs integralene

i) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

ii) $\int_1^3 x^2 e^x dx$

b) Bestem løsningen til differentiallikningen med den gitte initialbetingelsen

$$\frac{dN}{dt} = 8N + 2, \quad N(2) = 4$$

c) Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

Oppgave 4

Størrelsen på en gnagerpopulasjon svinger periodisk. Populasjonen når sin største størrelse hvert 4. år, og er da på 550 dyr. På det minste er det 150 dyr. Bruk trigonometriske funksjoner til å sette opp en funksjon som beskriver populasjonsstørrelsen som en funksjon av tiden.