Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

August 28, 2007

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I MAT101/111 lærer vi om funksjoner

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$$

og hvordan vi deriverer dem (gitt at det er mulig).

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I MAT101/111 lærer vi om funksjoner

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$$

og hvordan vi deriverer dem
De deriverte gir mye informasjon: f.eks.

- **hvis f og g er to funksjoner med samme derivert, og $f(0) = g(0)$, så er**

$$f(x) = g(x)$$

for alle $x \in \mathbf{R}$.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I MAT101/111 lærer vi om funksjoner

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$$

og hvordan vi deriverer dem
De deriverte gir mye informasjon: f.eks.

- **hvis f og g er to funksjoner med samme derivert, og $f(0) = g(0)$, så er**

  $$f(x) = g(x)$$

  for alle $x \in \mathbf{R}$.
- **Hvis f er snill kan vi approksimere $f(x)$ med sitt Taylorpolynom**

$$P_n f(x) = f(0) + f'(0)x + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I dag skal jeg snakke om noe meget mer voldsomt, men tilsvarende kraftfullt:

Goodwillie kalkulus

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I dag skal jeg snakke om noe meget mer voldsomt, men tilsvarende kraftfullt:

Goodwillie kalkulus

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - Rom

- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - Rom

- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**
  - **Tall-linjen selv: $X = \mathbf{R}$**

Altså: tallinjen betraktet som ett objekt.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - Rom

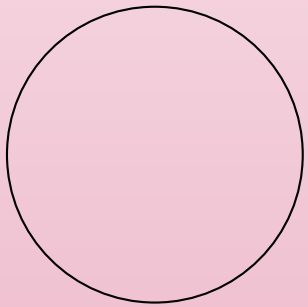
- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**
  - **Tall-linjen selv: $X = \mathbf{R}$**
  - **n-rommet: $X = \mathbf{R}^n$**

Når $n = 2$ er dette planet $\mathbf{R}^2$ betraktet som ett objekt.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - Rom

- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**
  - **Tall-linjen selv:** $X = \mathbf{R}$
  - **n-rommet:** $X = \mathbf{R}^n$
  - **Sirkelen:** $X = S^1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$

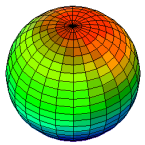


Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - Rom

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

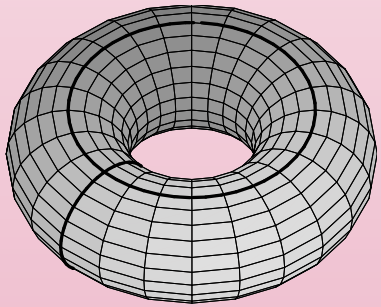
- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**
  - **Tall-linjen selv:** $X = \mathbf{R}$
  - **n-rommet:** $X = \mathbf{R}^n$
  - **Sirkelen:** $X = S^1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$
  - **n-sfæren:** $X = S^n = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n+1} | |x| = 1\}$



Introduksjon - Rom

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

- **Istedet for reelle tall x skal vi se på ROM X. F.eks.**
  - **Tall-linjen selv: $X = \mathbf{R}$**
  - **n-rommet: $X = \mathbf{R}^n$**
  - **Sirkelen: $X = S^1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$**
  - **n-sfæren: $X = S^n = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n+1} | |x| = 1\}$**
  - **Torusen**



Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$?

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$? Svar: "Funktorer"

$$F : \mathbf{Rom} \to \mathbf{Rom}$$

dvs:

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$? Svar: "Funktorer"

$$F : \mathbf{Rom} \to \mathbf{Rom}$$

dvs: En regel som

- **til hvert rom X gir et nytt rom $F(X)$**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$? Svar: "Funktorer"

$$F : \mathbf{Rom} \to \mathbf{Rom}$$

dvs: En regel som

- **til hvert rom X gir et nytt rom $F(X)$**
- **til hver kontinuerlig funksjon mellom rom gir en kontinuerlig funksjon**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$? Svar: "Funktorer"

$$F : \mathbf{Rom} \to \mathbf{Rom}$$

dvs: En regel som

- **til hvert rom X gir et nytt rom $F(X)$**
- **til hver kontinuerlig funksjon mellom rom gir en kontinuerlig funksjon**

Dvs. om $f : X \to Y$ er kontinuerlig, så får vi en kontinuerlig

$$F(f) : F(X) \to F(Y).$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Hvis vi bytter ut reelle tall med rom, hva spiller så rollen til funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$? Svar: "Funktorer"

$$F : \mathbf{Rom} \to \mathbf{Rom}$$

dvs: En regel som

- **til hvert rom X gir et nytt rom $F(X)$**
- **til hver kontinuerlig funksjon mellom rom gir en kontinuerlig funksjon**
- **pluss noen "opplagte" regler**

Dvs. om $f : X \to Y$ er kontinuerlig, så får vi en kontinuerlig

$$F(f) : F(X) \to F(Y).$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	funktorer
input		
"piler"		
tas til "piler"		

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	funktorer
input	reelle tall x	
"piler"		
tas til "piler"		

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	funktorer
input	reelle tall x	rom X
"piler"		
tas til "piler"		

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	**funktorer**
input	**reelle tall x**	**rom X**
"piler"	$x \leq y$	
tas til "piler"		

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	**funktorer**
input	**reelle tall x**	**rom X**
"piler"	$x \leq y$	$X \to Y$
tas til "piler"		

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	**funktorer**
input	**reelle tall x**	**rom X**
"piler"	$x \leq y$	$X \to Y$
tas til "piler"	$f(x) \leq f(y)$	

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon - funktorer

Analogi: voksende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

	voksende funksjoner	funktorer
input	reelle tall x	rom X
"piler"	$x \leq y$	$X \to Y$
tas til "piler"	$f(x) \leq f(y)$	$F(X) \to F(Y)$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I denne forelesningen skal vi se at vi kan gjøre kalkulus i denne settingen, og underveis skal vi se på noen spesielt hyggelige eksempler.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Introduksjon

I denne forelesningen skal vi se at vi kan gjøre kalkulus i denne settingen, og underveis skal vi se på noen spesielt hyggelige eksempler.
For å få til det må vi fortsette vår oversetting fra reelle tall til rom

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	
én	1	
pluss	$x + y$	
minus	$x - y$	
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	
pluss	$x + y$	
minus	$x - y$	
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

▸ Skip reality check

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	
pluss	$x + y$	
minus	$x - y$	
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

I vår analogi med voksende funksjoner svarer dette til å se på kun: $0 \leq x$ (tenk på basispunktet som en funksjon $* \longrightarrow X$), og alle funksjoner skal bevare basispunktet.

▸ Skip reality check

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

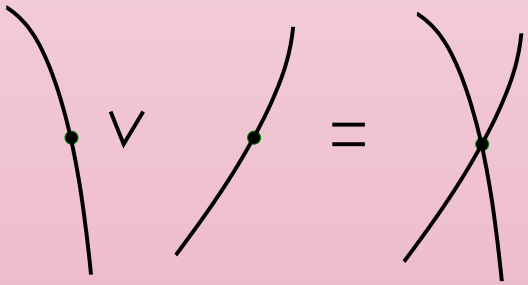
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	
pluss	$x+y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x-y$	
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.



Alle vanlige regneregler gjelder ▸ Skip reality check

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

fiber$\{X \to Y\} = \{x \in X | f(x) = *\}$

▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

fiber$\{X \to Y\} = \{x \in X | f(x) = *\}$

Ex: $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x, y) = x$, $* = 0 \in \mathbf{R}$,

$$\textbf{fiber}\{\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}\} = \{(0, y)\} \cong \mathbf{R}$$

▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	S^0 **(to punkter)**
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

fiber$\{X \to Y\} = \{x \in X | f(x) = *\}$

▸ Skip reality check

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

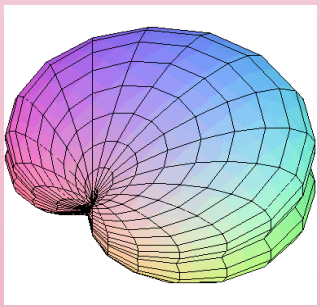
Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

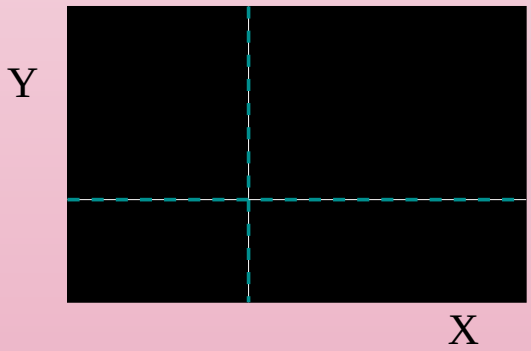
	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	S^0 **(to punkter)**
pluss	$x+y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y = X \times Y / X \vee Y$
divisjon	x/y	

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

fiber$\{X \to Y\} = \{x \in X | f(x) = *\}$

Ex: $S^n \wedge S^m = S^{n+m}$





▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	S^0 **(to punkter)**
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y = X \times Y / X \vee Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	S^0 **(to punkter)**
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y = X \times Y / X \vee Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$.

$* \vee X = X$, $* \wedge X = *$, $S^0 \wedge X = X$,
og alle vanlige regneregler for $\vee$ og $\wedge$

▸ Skip reality check

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Oversettelse fra **R** til Rom: regneoperasjoner

	R	Rom
null	0	$*$, **(ettpunkts mengden)**
én	1	S^0 **(to punkter)**
pluss	$x + y$	$X \vee Y = X \coprod Y / * \sim *$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y = X \times Y / X \vee Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Vi antar fra nu at alle rom har et valgt basispunkt som vi kaller $*$**.**

$* \vee X = X$, $* \wedge X = *$, $S^0 \wedge X = X$,
og alle vanlige regneregler for $\vee$ **og** $\wedge$
fiber$\{X \to *\} = X$, $Map(S^0, X) = X$,
MEN rare ting som f.eks.

$$Map(*, X) = *$$

(og ikke "uendelig")

▸ Skip reality check

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x + y$	$X \vee Y$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x + y$	$X \vee Y$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	Rom
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x + y$	$X \vee Y$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

Dette definerer norm for alle rom, og dermed også et avstandsbegrep: Men merk at det er overraskelser, f.eks. er $|\mathbf{R}^m| = 0$ hvilket sier at "enhver sfære i $\mathbf{R}^m$ begrenser en ball og kan derfor trekkes sammen til et punkt"

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	
null	$\|0\| = 0$	
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	
avstand	$\|x-y\|$	
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	
avstand	$\|x-y\|$	
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	$\|*\| = 0$
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	
avstand	$\|x-y\|$	
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	$\|*\| = 0$
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	$\|X\| = 10^{-m-1}$ **om** X **er "**m**-sammenhengende."**
avstand	$\|x-y\|$	
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x + y$	$X \vee Y$
minus	$x - y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y, X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	$\|*\| = 0$
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	$\|X\| = 10^{-m-1}$ **om** X **er "**m**-sammenhengende."**
avstand	$\|x - y\|$	$\|X \to Y\| = 10^{-m}$ **om** $X \to Y$ **er "**m**-smh."**
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	$\|*\| = 0$
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	$\|X\| = 10^{-m-1}$ **om** X **er "**m**-sammenhengende."**
avstand	$\|x-y\|$	$\|X \to Y\| = 10^{-m}$ **om** $X \to Y$ **er "**m**-smh."**
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	$\|X \wedge Y\| = \|X\| \cdot \|Y\|$
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Oversettelse fra **R** tall til Rom: avstand

	R	**Rom**
null	0	$*$
én	1	S^0
pluss	$x+y$	$X \vee Y$
minus	$x-y$	**fiber**$\{X \to Y\}$
ganger	$x \cdot y$	$X \wedge Y$
divisjon	x/y	$Map(Y,X)$

Norm:

$$|S^n| = 10^{-n}$$

	R	**Rom**
én	$\|1\| = 1$	$\|S^0\| = 1$
null	$\|0\| = 0$	$\|*\| = 0$
norm	$\|x\| = \sqrt{x^2}$	$\|X\| = 10^{-m-1}$ **om** X **er "**m**-sammenhengende."**
avstand	$\|x-y\|$	$\|X \to Y\| = 10^{-m}$ **om** $X \to Y$ **er "**m**-smh."**
ganger	$\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$	$\|X \wedge Y\| = \|X\| \cdot \|Y\|$
divisjon	$\|x/y\| = \|x\|/\|y\|$	$\|Map(S^n,X)\| = \|X\|/\|S^n\|$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel: Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Fra **R** tall til Rom: kontinuitet og derivasjon

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel: Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Slike funktorer kalles ofte "homotopifunktorer". Antar at alle funktorer er av denne typen.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Fra **R** tall til Rom: kontinuitet og derivasjon

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel: Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Definisjon av derivert:

	R	**Rom**
Differans	$\Delta_a f(x) = f(x+a) - f(x)$	$\Delta_A F(X) =$
derivert	$f'(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \Delta_a f(x)$	$F'(X) =$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Fra **R** tall til Rom: kontinuitet og derivasjon

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel: Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Definisjon av derivert:

	R	**Rom**
Differans	$\Delta_a f(x) = f(x+a) - f(x)$	$\Delta_A F(X) =$ **fiber**$\{F(X \vee A) \to F(X)\}$
derivert	$f'(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \Delta_a f(x)$	$F'(X) =$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Fra **R** tall til Rom: kontinuitet og derivasjon

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel: Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Definisjon av derivert:

	R	**Rom**
Differans	$\Delta_a f(x) = f(x+a) - f(x)$	$\Delta_A F(X) =$ **fiber**$\{F(X \vee A) \to F(X)\}$
derivert	$f'(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \Delta_a f(x)$	$F'(X) = \lim_{n \to \infty} Map(S^n, \Delta_{S^n} F(X))$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Fra **R** tall til Rom: kontinuitet og derivasjon

Analogien til kontinuerlige funksjoner er enkel:
Vi krever at

$$|X \to Y| = 0 \Rightarrow |F(X) \to F(Y)| = 0$$

Definisjon av derivert:

	R	**Rom**
Differans	$\Delta_a f(x) = f(x+a) - f(x)$	$\Delta_A F(X) =$ **fiber**$\{F(X \vee A) \to F(X)\}$
derivert	$f'(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \Delta_a f(x)$	$F'(X) = \lim_{n \to \infty} Map(S^n, \Delta_{S^n} F(X))$

Rar ting: den deriverte $F'(X)$ er alltid definert!
men den er ikke alltid verdifull.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Konvergensradius

For å sikre at den deriverte er verdifull kan man legge på krav som minner på begrepet "konvergensradius" for potensrekker.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Konvergensradius

For å sikre at den deriverte er verdifull kan man legge på krav som minner på begrepet "konvergensradius" for potensrekker.
Vi skal kanskje komme tilbake til dette senere, men inntil da nøyer vi oss med å konstatere at det finnes slikt begrep:

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Konvergensradius

For å sikre at den deriverte er verdifull kan man legge på krav som minner på begrepet "konvergensradius" for potensrekker.
Vi skal kanskje komme tilbake til dette senere, men inntil da nøyer vi oss med å konstatere at det finnes slikt begrep:

R	Rom
f **har Taylorrekke med konvergensradius** 10^{-r}	F **er** r**-analytisk**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Konvergensradius

For å sikre at den deriverte er verdifull kan man legge på krav som minner på begrepet "konvergensradius" for potensrekker.
Vi skal kanskje komme tilbake til dette senere, men inntil da nøyer vi oss med å konstatere at det finnes slikt begrep:

R	Rom
f **har Taylorrekke med konvergensradius** 10^{-r}	F **er** r**-analytisk**

Goodwillie kaller dette "$r-1$-analytisk"

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Konvergensradius

For å sikre at den deriverte er verdifull kan man legge på krav som minner på begrepet "konvergensradius" for potensrekker.
Vi skal kanskje komme tilbake til dette senere, men inntil da nøyer vi oss med å konstatere at det finnes slikt begrep:

R	Rom
f **har Taylorrekke med konvergensradius** 10^{-r}	F **er** r**-analytisk**

Så: 0**-analytisk har maksimal konvergensradius** ($|S^0| = 1$)

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen

1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

1-derivert testen

Teorem (Goodwillie)

La $F \to G$ være to r-analytiske funktorer slik at

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen

Teorem (Goodwillie)

La $F \to G$ være to r-analytiske funktorer slik at

$$|F(*) \to G(*)| = 0$$

og

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen

Teorem (Goodwillie)

La $F \to G$ være to r-analytiske funktorer slik at

$$|F(*) \to G(*)| = 0$$

og

$$|F'(X) \to G'(X)| = 0$$

for alle X.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen

Teorem (Goodwillie)

La $F \to G$ være to r-analytiske funktorer slik at

$$|F(*) \to G(*)| = 0$$

og

$$|F'(X) \to G'(X)| = 0$$

for alle X.
Da er

$$|F(X) \to G(X)| = 0$$

for alle X slik at $|X| \leq |S^r|$.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen

Teorem (Goodwillie)

La $F \to G$ være to r-analytiske funktorer slik at

$$|F(*) \to G(*)| = 0$$

og

$$|F'(X) \to G'(X)| = 0$$

for alle X.
Da er

$$|F(X) \to G(X)| = 0$$

for alle X slik at $|X| \leq |S^r|$.

Spesielt: om $r = 0$, så er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X (fordi $0 = |*| \leq |X| \leq |S^0| = 1$)

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K) og Hesselholt til en annen (TC)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K) og Hesselholt til en annen (TC) – og vi fikk samme svar.

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K) og Hesselholt til en annen (TC) – og vi fikk samme svar.
K er viktig og spennende, og sier "meget om mangt", mens TC kan ofte regnes ut.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K) og Hesselholt til en annen (TC) – og vi fikk samme svar.
K er viktig og spennende, og sier "meget om mangt", mens TC kan ofte regnes ut.
I 1993 viste McCarthy så at begge funktorene var 0-analytiske, så konklusjonen ble

$$|K \to TC| = 0$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

1-derivert testen: da jeg ble rik og berømt

Teorem (Goodwillie)
La $F \to G$ være to 0-analytiske funktorer slik at $|F(*) \to G(*)| = 0$ og $|F'(X) \to G'(X)| = 0$ for alle X. Da er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle X.

I 1992 regnet McCarthy og jeg ut den deriverte til en funktor (K) og Hesselholt til en annen (TC) – og vi fikk samme svar.
K er viktig og spennende, og sier "meget om mangt", mens TC kan ofte regnes ut.
I 1993 viste McCarthy så at begge funktorene var 0-analytiske, så konklusjonen ble

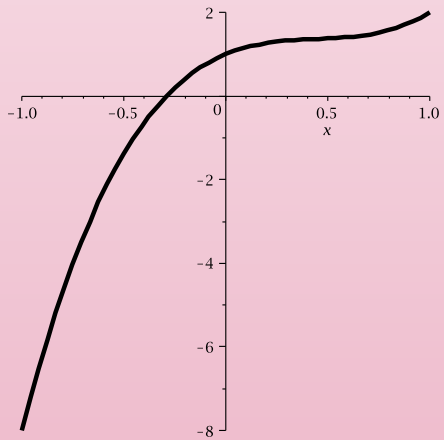
$$|K \to TC| = 0$$

– Altså: det interessante kan ofte regnes ut!

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

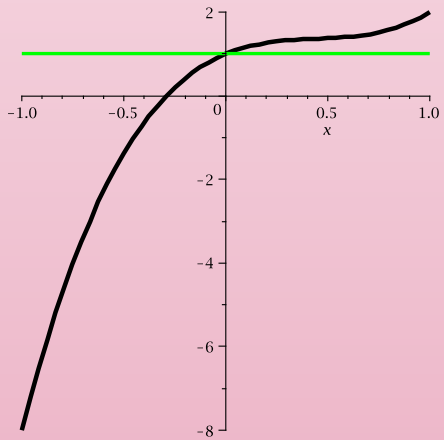


Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$

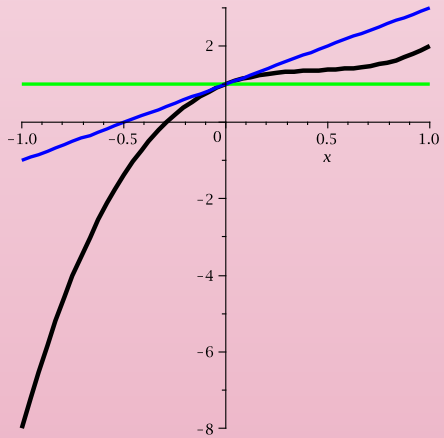


Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$
$$P_1 f(x) = P_0 f(x) + D_1 f(x)$$



Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

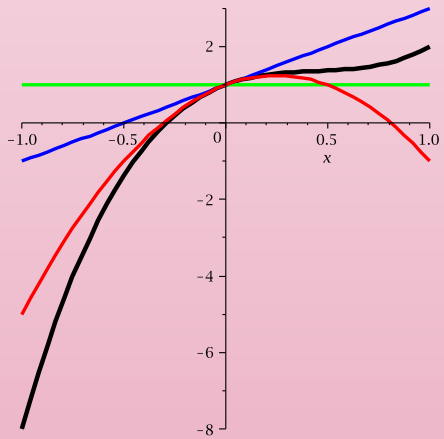
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$
$$P_1 f(x) = P_0 f(x) + D_1 f(x)$$
$$P_2 f(x) = P_1 f(x) + D_2 f(x)$$



Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

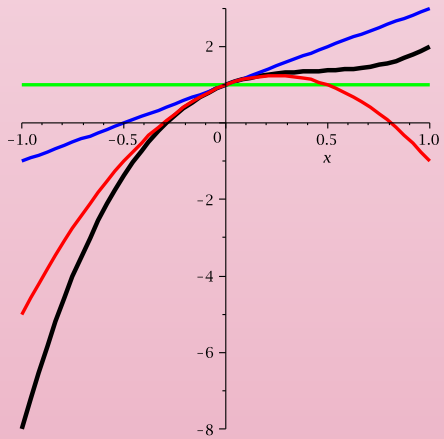
Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$
$$P_1 f(x) = P_0 f(x) + D_1 f(x)$$
$$P_2 f(x) = P_1 f(x) + D_2 f(x)$$

$P_n f(x)$ er et $n$tegrads-polynom.

For å kunne utvide dette til F må vi gi kriteria for hva et polynom er.

Disse kriteria kan også brukes til å regne ut differensialene.



Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

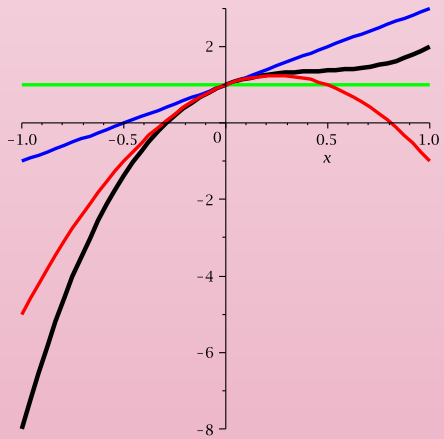
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$
$$P_1 f(x) = P_0 f(x) + D_1 f(x)$$
$$P_2 f(x) = P_1 f(x) + D_2 f(x)$$



$P_n f(x)$ er et $n$tegrads-polynom.

For å kunne utvide dette til F må vi gi kriteria for hva et polynom er.

Disse kriteria kan også brukes til å regne ut differensialene.

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

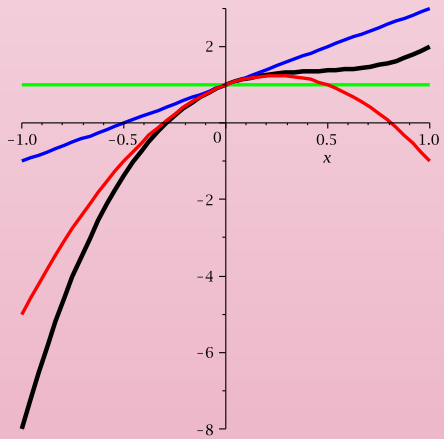
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet: Lineær, kvadratisk osv. tilnærming

Gitt en (snill) funksjon $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vil differensialene fortelle mer og mer om f:

$$P_0 f(x) = D_0 f(x) = f(0)$$
$$P_1 f(x) = P_0 f(x) + D_1 f(x)$$
$$P_2 f(x) = P_1 f(x) + D_2 f(x)$$



$P_n f(x)$ er et $n$tegrads-polynom.

For å kunne utvide dette til F må vi gi kriteria for hva et polynom er.

Disse kriteria kan også brukes til å regne ut differensialene.

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ er

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **er**

- **konstant dersom** $L_1 f(x) = f(x) - f(0)$ **er lik null.**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **er**

- **konstant dersom** $L_1 f(x) = f(x) - f(0)$ **er lik null.**
- **en rett linje dersom** $L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$ **er lik null**

$$a(x + y) + b - (ax + b) - (ay + b) + a0 + b = 0$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **er**

- **konstant dersom** $L_1 f(x) = f(x) - f(0)$ **er lik null.**
- **en rett linje dersom**
  $L_2 f(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y) + f(0)$ **er lik null**
- **en annengradskurve dersom**

$$\begin{aligned} L_3 f(x,y,z) = & f(x+y+z) \\ & - f(x+y) - f(x+z) - f(y+z) \\ & + f(x) + f(y) + f(z) - f(0) \end{aligned}$$

er lik null.

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **er**

- **konstant dersom** $L_1 f(x) = f(x) - f(0)$ **er lik null.**
- **en rett linje dersom**
  $L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$ **er lik null**
- **en annengradskurve dersom**

$$\begin{aligned} L_3 f(x, y, z) = & f(x + y + z) \\ & - f(x + y) - f(x + z) - f(y + z) \\ & + f(x) + f(y) + f(z) - f(0) \end{aligned}$$

  er lik null.

Dette kan vi oversette til rom, og kan snakke om konstante, lineære, kvadratiske funktorer osv.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: polynomtester

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **er**

- **konstant dersom** $L_1 f(x) = f(x) - f(0)$ **er lik null.**
- **en rett linje dersom**
  $L_2 f(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y) + f(0)$ **er lik null**
- **en annengradskurve dersom**

$$\begin{aligned} L_3 f(x,y,z) = & f(x+y+z) \\ & - f(x+y) - f(x+z) - f(y+z) \\ & + f(x) + f(y) + f(z) - f(0) \end{aligned}$$

  er lik null.

Dette kan vi oversette til rom, og kan snakke om konstante, lineære, kvadratiske funktorer osv. Lineære funktorer har vært spesielt mye studért – de kalles "homologiteorier" (MAT341)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x$.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x$.
  Bruk IH:

$$\begin{aligned}\lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) &= \lim_{a \to 0} \frac{f(ax) - f(0)}{a} \\ &= \lim_{a \to 0} \frac{f'(ax)x - 0}{1} \\ &= \lim_{a \to 0} f'(ax)x = f'(0)x\end{aligned}$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x.$
- $D_2 f(x) = \lim_{a_1, a_2 \to 0} \frac{1}{2a_1 a_2} L_2 f(a_1 x, a_2 x) = \frac{f''(0)}{2} x^2$

▸ Hopp til Taylortårnet

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x.$
- $D_2 f(x) = \lim_{a_1, a_2 \to 0} \frac{1}{2a_1 a_2} L_2 f(a_1 x, a_2 x) = \frac{f''(0)}{2} x^2$
- $D_n f(x) = \lim_{a_1, \ldots, a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

▸ Hopp til Taylortårnet

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x.$
- $D_2 f(x) = \lim_{a_1, a_2 \to 0} \frac{1}{2a_1 a_2} L_2 f(a_1 x, a_2 x) = \frac{f''(0)}{2} x^2$
- $D_n f(x) = \lim_{a_1, \ldots, a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

▸ Hopp til Taylortårnet

Fakta:

- $D_n f$ **(hvis den eksisterer) er et homogent n-te grads polynom.**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x.$
- $D_2 f(x) = \lim_{a_1, a_2 \to 0} \frac{1}{2a_1 a_2} L_2 f(a_1 x, a_2 x) = \frac{f''(0)}{2} x^2$
- $D_n f(x) = \lim_{a_1, \ldots, a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

Fakta:

- $D_n f$ **(hvis den eksisterer) er et homogent n-te grads polynom.**
- $D_1 F(X) = \lim_{n \to \infty} Map(S^n, L_1 F(S^n \wedge X))$ **eksisterer alltid, men**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet II: differensialer

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,
$L_1 f(x) = f(x) - f(0)$,
$L_2 f(x, y) = f(x + y) - f(x) - f(y) + f(0)$
Differensialene til f er

- $D_1 f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} L_1 f(ax) = f'(0)x.$
- $D_2 f(x) = \lim_{a_1, a_2 \to 0} \frac{1}{2a_1 a_2} L_2 f(a_1 x, a_2 x) = \frac{f''(0)}{2} x^2$
- $D_n f(x) = \lim_{a_1, \ldots, a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

Fakta:

- $D_n f$ **(hvis den eksisterer) er et homogent n-te grads polynom.**
- $D_1 F(X) = \lim_{n \to \infty} Map(S^n, L_1 F(S^n \wedge X))$ **eksisterer alltid, men trenger ikke være lineær, dvs.** $|L_2(D_1 F(X))|$ **trenger ikke være null.**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet: analytisitet

Det riktige kriteriet for funktorer er "stabilt eksisivt" og betyr essensielt at

$$\frac{L_2 f(a_1 x, a_2 x)}{a_1 a_2}$$

er begrenset for små a_1 og a_2 (dette er testen nær null og forteller essensielt at grafen ikke krummes ukontrollert).
Analogien til å si at F er r-analytisk er at det finnes en konstant $0 < K < 1$ slik at (om $a$ene er små) er

$$\frac{L_n(a_1 x, \dots, a_n x)}{a_1 \cdots a_n} \leq K^{n(r+1)}.$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Analytisk fortsettelse

Teorem (Goodwillie)

Om F er stabilt eksisiv er D_1F lineær.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Analytisk fortsettelse

Teorem (Goodwillie)

Om F er stabilt eksisiv er D_1F lineær.
(Analytisk fortsettelse) Om $F \to G$ er r-analytiske og det finnes en t slik at

$$|F(X) \to G(X)| = 0 \text{ for alle alle } |X| < t$$

så er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle $|X| \leq |S^r|$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Analytisk fortsettelse

Teorem (Goodwillie)

Om F er stabilt eksisiv er D_1F lineær.
(Analytisk fortsettelse) Om $F \to G$ er r-analytiske og det finnes en t slik at

$$|F(X) \to G(X)| = 0 \text{ for alle alle } |X| < t$$

så er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle $|X| \leq |S^r|$

Eks: om $F \to G$ er to 0-analytiske funktorer slik at $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle enkeltsammenhengende rom X dvs. $|X| < |S^1|$,

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Analytisk fortsettelse

Teorem (Goodwillie)

Om F er stabilt eksisiv er D_1F lineær.
(Analytisk fortsettelse) Om $F \to G$ er r-analytiske og det finnes en t slik at

$$|F(X) \to G(X)| = 0 \text{ for alle alle } |X| < t$$

så er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle $|X| \leq |S^r|$

Eks: om $F \to G$ er to 0-analytiske funktorer slik at $|F(X) \to G(X)| = 0$ for alle enkeltsammenhengende rom X , så er $|F(X) \to G(X)| = 0$ for ALLE rom X.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet

Taylor polynomene

$$P_n f(x) = f(0) + f'(0)x + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

kan (med fordel) defineres rekursivt:

$$\begin{aligned} P_0 f(x) &= f(0), \\ D_n f(x) &= P_n f(x) - P_{n-1} f(x), \quad n > 0 \\ Pf(x) &= \lim_{n\to\infty} P_n f(x). \end{aligned}$$

Slik går det også for oss:

$$\begin{aligned} P_0 F(X) &= F(*), \\ D_n F(X) &= \mathbf{fiber}\{P_n F(X) \to P_{n-1} F(X)\}, \quad n > 0 \\ PF(X) &= \lim_{\leftarrow} P_n F(X). \end{aligned}$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor-tårnet

Taylor polynomene

$$P_n f(x) = f(0) + f'(0)x + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

kan (med fordel) defineres rekursivt:

$$\begin{aligned} P_0 f(x) &= f(0), \\ D_n f(x) &= P_n f(x) - P_{n-1} f(x), \quad n > 0 \\ Pf(x) &= \lim_{n \to \infty} P_n f(x). \end{aligned}$$

Slik går det også for oss:

$$\begin{aligned} P_0 F(X) &= F(*), \\ D_n F(X) &= \mathbf{fiber}\{P_n F(X) \to P_{n-1} F(X)\}, \quad n > 0 \\ PF(X) &= \varprojlim P_n F(X). \end{aligned}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet

Taylor polynomene

$$P_n f(x) = f(0) + f'(0)x + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

kan (med fordel) defineres rekursivt:

$$\begin{aligned} P_0 f(x) &= f(0), \\ D_n f(x) &= P_n f(x) - P_{n-1} f(x), \quad n > 0 \\ Pf(x) &= \lim_{n\to\infty} P_n f(x). \end{aligned}$$

Slik går det også for oss:

$$\begin{aligned} P_0 F(X) &= F(*), \\ D_n F(X) &= \mathbf{fiber}\{P_n F(X) \to P_{n-1} F(X)\}, \quad n > 0 \\ PF(X) &= \varprojlim P_n F(X). \end{aligned}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_n F(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Taylor-tårnet

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor polynomene

$$P_n f(x) = f(0) + f'(0)x + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

kan (med fordel) defineres rekursivt:

$$\begin{aligned} P_0 f(x) &= f(0), \\ D_n f(x) &= P_n f(x) - P_{n-1} f(x), \quad n > 0 \\ Pf(x) &= \lim_{n\to\infty} P_n f(x). \end{aligned}$$

Slik går det også for oss:

$$\begin{aligned} P_0 F(X) &= F(*), \\ D_n F(X) &= \mathbf{fiber}\{P_n F(X) \to P_{n-1} F(X)\}, \quad n > 0 \\ PF(X) &= \varprojlim P_n F(X). \end{aligned}$$

Taylor tårnet

Akkurat som $f(x)$ under gitte betingelser er lik $Pf(x)$ innenfor konvergensradius er

$$|F(X) \to PF(X)| = 0$$

for X innefor konvergensradius.
Det betyr at man kan regne ut $F(X)$ ut i fra kunnskap om de "polynomielle funktorene" P_nF.
Men hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

▸ Hopp til "hvordan dele på $n!$?"

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{n!a_1 \cdots a_n} L_nf(a_1x, \ldots, a_nx)$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor tårnet

Akkurat som $f(x)$ under gitte betingelser er lik $Pf(x)$ innenfor konvergensradius er

$$|F(X) \to PF(X)| = 0$$

for X innefor konvergensradius.

Det betyr at man kan regne ut $F(X)$ ut i fra kunnskap om de "polynomielle funktorene" P_nF.

Men hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

▸ Hopp til "hvordan dele på $n!$?"

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{n!a_1 \cdots a_n} L_nf(a_1x, \ldots, a_nx)$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor tårnet

Akkurat som $f(x)$ under gitte betingelser er lik $Pf(x)$ innenfor konvergensradius er

$$|F(X) \to PF(X)| = 0$$

for X innefor konvergensradius.
Det betyr at man kan regne ut $F(X)$ ut i fra kunnskap om de "polynomielle funktorene" P_nF.
Men hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

▸ Hopp til "hvordan dele på $n!$?"

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{n!a_1 \cdots a_n} L_nf(a_1x, \ldots, a_nx)$$

Goodwillie Kalkulus
Bjørn Ian Dundas
Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Taylor tårnet

Akkurat som $f(x)$ under gitte betingelser er lik $Pf(x)$ innenfor konvergensradius er

$$|F(X) \to PF(X)| = 0$$

for X innefor konvergensradius.
Det betyr at man kan regne ut $F(X)$ ut i fra kunnskap om de "polynomielle funktorene" P_nF.
Men hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

▸ Hopp til "hvordan dele på $n!$?"

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{n!a_1 \cdots a_n} L_nf(a_1x, \ldots, a_nx)$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) =$$
$$L_2 f(x, y) =$$

$$L_1 F(X) =$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) = f(x) - f(0),$$
$$L_2 f(x, y) =$$

$$L_1 F(X) =$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) = f(x) - f(0),$$
$$L_2 f(x,y) =$$

$$L_1 F(X) = \mathbf{fiber}\{F(X) \to F(*)\}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) = f(x) - f(0),$$
$$L_2 f(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y) + f(0)$$

osv.

$$L_1 F(X) = \mathbf{fiber}\{F(X) \to F(*)\}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) = f(x) - f(0),$$
$$L_2 f(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y) + f(0)$$

osv.

$$L_1 F(X) = \mathbf{fiber}\{F(X) \to F(*)\}$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_nf(x) = \lim_{a_1,\dots,a_n \to 0} \frac{1}{n! a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \dots, a_n x)$$
$$= \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

$$L_1 f(x) = f(x) - f(0),$$
$$L_2 f(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y) + f(0)$$
$$= (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

osv.

$$L_1 F(X) = \mathbf{fiber}\{F(X) \to F(*)\}$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$L_2 f(x,y) =$$
$$= (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

$$L_2f(x,y) = (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

$$L_2F(X,Y) =$$

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

$$L_2f(x,y) = (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

$$L_2F(X,Y) = \textbf{fiber}\left\{ \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X \vee Y) \\ \downarrow \\ F(Y) \end{array} \right\} \to \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X) \\ \downarrow \\ F(*) \end{array} \right\} \right\}$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

$$L_2f(x,y) = (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

$$L_2F(X,Y) = \textbf{fiber}\left\{ \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X \vee Y) \\ \downarrow \\ F(Y) \end{array} \right\} \to \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X) \\ \downarrow \\ F(*) \end{array} \right\} \right\}$$

Faktoren $2!$ **under brøkstreken i** $D_2f(x)$ **kommer av at** $L_2f(x,y) = L_2f(y,x)$ **bare skal "telles én gang".**

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

$$L_2f(x,y) = (f(x+y) - f(y)) - (f(x) - f(0))$$

$$\begin{array}{ccc} F(X \vee Y) & \longrightarrow & F(X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ F(Y) & \longrightarrow & F(*) \end{array}$$

$$L_2F(X,Y) = \textbf{fiber}\left\{ \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X \vee Y) \\ \downarrow \\ F(Y) \end{array} \right\} \to \textbf{fiber}\left\{ \begin{array}{c} F(X) \\ \downarrow \\ F(*) \end{array} \right\} \right\}$$

Faktoren $2!$ **under brøkstreken i** $D_2f(x)$ **kommer av at** $L_2f(x,y) = L_2f(y,x)$ **bare skal "telles én gang". Dette kan gjøres helt geometrisk (og dermed også på rom) ved bare å ta hensyn til "banene"**

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.

Sett at du skal telle antall barn i Trofastland. Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland.
Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland.
Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland. Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland. Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Det å plukke ut alle kvinnene er det samme som å plukke ut "banene" under operasjonen å forvekssle ektefellene, og gjør deling med 2 overflødig.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland. Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Det å plukke ut alle kvinnene er det samme som å plukke ut "banene" under operasjonen å forvekslе ektefellene, og gjør deling med 2 overflødig.

$$\{\textbf{voksne}\} \to \{\textbf{ektepar}\}$$

blir en to til én funksjon,

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan dele et rom på 2?

Ex: I Trofastland er alle voksne gift med én ektefelle av motsatt kjønn.
Sett at du skal telle antall barn i Trofastland. Du kan enten ringe alle voksne og spørre dem hvor mange barn de har, summere opp og så dele på 2, eller du kan ringe alle kvinnene og spørre dem hvor mange barn de har og summere opp.

Det å plukke ut alle kvinnene er det samme som å plukke ut "banene" under operasjonen å forvekslе ektefellene, og gjør deling med 2 overflødig.

$$\{\textbf{voksne}\} \to \{\textbf{ektepar}\}$$

blir en to til én funksjon, og jeg tenker på $\{$ektepar$\}$ som

$$\frac{\{\textbf{voksne}\}}{2}.$$

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2
–Akkurat som å bytte om mann og kone i forrige eksempel:

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2
–Akkurat som å bytte om mann og kone i forrige eksempel: to punkter er et "ektepar" om de er "forvekslinger" av hverandre,

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2
–Akkurat som å bytte om mann og kone i forrige eksempel: to punkter er et "ektepar" om de er "forvekslinger" av hverandre, (men her er noen punkter "gift med seg selv": $n_1 = n_2$)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2
–Akkurat som å bytte om mann og kone i forrige eksempel: to punkter er et "ektepar" om de er "forvekslinger" av hverandre,
og "halvparten" av dette rommet er

"rommet av ektepar"

eller "banene"

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

$$D_2f(x) = \lim \frac{L_2f(a_1x, a_2x)}{2a_1a_2}$$

I rommet

$$\lim_{n_1,n_2\to\infty} Map(S^{n_1+n_2}, L_2F(S^{n_1}\wedge X, S^{n_2}\wedge X))$$

kan vi likeledes bytte om n_1 og n_2
–Akkurat som å bytte om mann og kone i forrige eksempel: to punkter er et "ektepar" om de er "forvekslinger" av hverandre,
og "halvparten" av dette rommet er

"rommet av ektepar"

eller "banene",
så det å dele på 2 gir praktfull mening, og vi har definert $D_2F(X)$.

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

Likedan i

$$\lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x)$$

kan vi forveksle $a_1, \ldots a_n$. Hvor mange måter kan vi forveksle dem?

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

Likedan i

$$\lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x)$$

kan vi forveksle $a_1, \ldots a_n$. Hvor mange måter kan vi forveksle dem?

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

Likedan i

$$\lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x)$$

kan vi forveksle $a_1, \ldots a_n$. Hvor mange måter kan vi forveksle dem? $n!$(!)

Introduksjon
- Rom
- Funktorer
- Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
- regneoperasjoner
- avstand
- Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
- Konvergens
- 1-derivert testen
- Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
- Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
- polynomtester
- Differensialer

Analytisitet
- Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
- Rekursiv tilnærming
- Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
- Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

Likedan i

$$\lim_{a_1,\ldots,a_n \to 0} \frac{1}{a_1 \cdots a_n} L_n f(a_1 x, \ldots, a_n x)$$

kan vi forveksle $a_1, \ldots a_n$. Hvor mange måter kan vi forveksle dem? $n!$(!) Så det å dele på $n!$ er kun en representasjon av at vi tar "banene" mhp. disse $n!$ forbyttingene

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Hvordan regner vi ut $D_nF(X)$?

Likedan i

$$\lim_{a_1,\ldots,a_n\to 0} \frac{1}{a_1\cdots a_n} L_n f(a_1 x,\ldots,a_n x)$$

kan vi forveksle $a_1, \ldots a_n$. Hvor mange måter kan vi forveksle dem? $n!$(!) Så det å dele på $n!$ er kun en representasjon av at vi tar "banene" mhp. disse $n!$ forbyttingene, og vi får

$$D_nF(X) = \frac{1}{n!}\cdot \lim_{m_1,\ldots,m_n\to\infty} Map(S^{m_1+\cdots+m_n}, L_nF(S^{m_1}\wedge X,\ldots,S^{m_n}\wedge X)).$$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$

Understreker kraftig at $Map(Y, Y \wedge X) \neq X$ (på tross av analogien $\frac{xy}{y} = x$)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$=" $Q(X)$"

Understreker kraftig at $Map(Y, Y \wedge X) \neq X$ (på tross av analogien $\frac{xy}{y} = x$)

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$=" $Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$

Understreker kraftig at $Map(Y, Y \wedge X) \neq X$ (på tross av analogien $\frac{xy}{y} = x$)

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$",

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$", **spesielt**
  - $D_nF(X) = Q(X \wedge \ldots \wedge X)$ **(tilsvarer** x^n**)**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$", **spesielt**
  - $D_nF(X) = Q(X \wedge \ldots \wedge X)$ **(tilsvarer x^n)**
- $F(X) =$"$K(X)$"

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$", **spesielt**
  - $D_nF(X) = Q(X \wedge \ldots \wedge X)$ **(tilsvarer x^n)**
- $F(X) =$"$K(X)$"
  - $D_1F(X) =$"**fri løkkerom på X**"

Goodwillie Kalkulus

Bjørn Ian Dundas

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner

Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon

1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning

Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer

Analytisitet
Analytisk fortsettelse

Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?

Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$", **spesielt**
  - $D_nF(X) = Q(X \wedge \ldots \wedge X)$ **(tilsvarer** x^n**)**
- $F(X) =$"$K(X)$"
  - $D_1F(X) =$"**fri løkkerom på** X" $\leftrightarrows$ **strengteori/topologisk kvantefeltteori**

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler

Eksempler

- $F(X) = X$,
  - $D_1F(X) = \lim_{n\to\infty} Map(S^n, S^n \wedge X)$="$Q(X)$"
  - $D_2F(X) = Q(X \wedge X)/2$
- $F(X) = QMap(S^1, S^1 \wedge X)$
  - $= PF(X) =$"$-\ln(1-X)$", **spesielt**
  - $D_nF(X) = Q(X \wedge \ldots \wedge X)$ **(tilsvarer** x^n**)**
- $F(X) =$"$K(X)$"
  - $D_1F(X) =$"**fri løkkerom på** X" $\leftrightarrows$ **strengteori/topologisk kvantefeltteori**
  - $PF(X) =$"$TC(X)$"= "**topologisk syklisk homologi**"

Introduksjon
Rom
Funktorer
Funktorer vs voksende funksjoner
Oversettelse
regneoperasjoner
avstand
Kontinuitet og derivasjon
1-derivert testen
Konvergens
1-derivert testen
Personlig tilknytning
Taylorpolynomer
Lineær, kvadratisk osv. tilnærming
polynomtester
Differensialer
Analytisitet
Analytisk fortsettelse
Taylor-tårnet
Rekursiv tilnærming
Hvordan regne ut $D_nF(X)$?
Hvordan dele et rom på 2?
Eksempler