



HØGSKOLEN
i Sør-Trøndelag

HØGSKOLEN I SØR-TRØNDELAG

AVDELING FOR MAT- OG MEDISINSK TEKNOLOGI

Matteknologisk utdanning

				Kand.nr.		
Fagnavn: MATEMATIKK				Fagnummer: FO101N		
Eksamensdato: 11. desember 2006				Kl. 09:00 – 14:00		
Klasse:	1N					
Studiepoeng: Faget har totalt ni -9- studiepoeng.						
Faglærere: Åse Strand og Jørgen Mæhle						
Tillatte hjelpemidler: kalkulator type 1 (hp30S)						
Oppgavesettet består av 5 oppgaver og av 4 sider inklusive forside.						
Vedlegg består av: Formelhefte 2 sider						
Merknad: Alle svar må begrunnes og all mellomregning må føres. Alle deloppgaver teller likt						

OPPGAVE 1 Diverse

- a) Tørkede epler har mistet vann tilsvarende 35 % av eplenes opprinnelige vekt. Hvor stor mengde friske epler trengs for å produsere 75 kg tørkede epler?
- b) Et rektangulært kar med grunnlate $75 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$ og høyde 80 cm inneholder 450 liter flytende brunost. Hvor fullt i prosent er karet?
- c) En kuleformet edamerost med volum 1 liter pakkes i en kubisk eske som akkurat er stor nok til å romme osten. Hvor stor prosentandel av volumet til esken er luft?
- d) Du kaster en svart og en hvit terning og kan få totalt 36 forskjellige utfall. Gitt følgende mengder:

A : svart terning har 6 øyne

B : hvit terning har 4 øyne

Bestem sannsynlighetene $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ og $P(\bar{B})$

- e) Løs ulikhetene:

i. $2x - 10 < 4x \leq 6 + 2x$

ii. $\frac{2x}{x-3} < 1$

OPPGAVE 2 Løs likningene/likningssettet

- a) $3x^3 + 5x^2 - 2x = 0$
- b) $7 - \sqrt{4x+1} = 2x$
- c) $\ln x^4 + 3 \ln x^2 + 2 \ln x = 36$
- d) $e^{2x} - 4e^x + 4 = 0$
- e) likningssett:
$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ x^2 - y^2 &= 3 \end{aligned}$$

OPPGAVE 3 Trigonometri

- a) I en likebeint trekant har vi oppgitt følgende $AB = AC = 6 \text{ cm}$ og $\angle A = 30^\circ$. Tegn trekanten og beregn arealet, siden BC og vinkelen $\angle B = \angle C$.
- b) Løs likningen $\tan x - 1 = 0 \quad x \in [0^\circ, 360^\circ>$
- c) Løs likningen $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \quad x \in [0, 2\pi>$
- d) Gitt funksjonen $f(x) = c + a \sin\left(\frac{2\pi}{p}(x - \varphi)\right)$

Forklar betydningen av parametrene a, c, p og φ i henhold til grafen til f(x)

Tegn grafen til funksjonen $f(x) = 3 + 2 \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - 1,0)\right)$ for $x \in [0, 12>$

OPPGAVE 4 Derivasjon og integrasjon

- a) Deriver $f(x) = \frac{5x}{(x-2)}$
- b) Deriver $g(x) = e^{-2x} + x^5 + \ln 3x$
- c) Finn den antideriverte H(x) til h(x) som gir $H(1) = 1$ når $h(x) = 3x^2 - 3x + 5$.
- d) Regn ut det ubestemte integralet $\int (3^x + 4e^{3x} + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}) dx$

OPPGAVE 5 Funksjonsdrøfting

Gitt funksjonen $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

- a) Vis at $x = 1$ er et nullpunkt til $f(x)$
- b) Utfør polynomdivisjon $f(x) : (x - 1)$ og bestem det andre nullpunktet til $f(x)$.
- c) Finn funksjonsens skjæring med y-aksen
- d) Deriver $f(x)$.
- e) Bestem ekstremalpunktene og monotoniegenskapene til $f(x)$.
- f) Dobbelderiver $f(x)$.
- g) Finn vendepunktet og bestem krumningen til $f(x)$.
- h) Finn likningen til vendetangenten.
- i) Tegn grafen til $f(x)$ i intervallet $[-1, 2]$.
- j) Finn arealet begrenset av $f(x)$, x-aksen og linjene $x = 0$ og $x = 1$.

FORMELHEFTE

Kvadratsetningene

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Potensregler

$$a^0 = 1$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m \quad \text{og} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Stigningstall

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ettpunktsformel

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

Annengradsformelen

$ax^2 + bx + c = 0$ har løsningene

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har nullpunktene x_1 og x_2 blir

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Stigningstall til normalen

Normalen til grafen i punktet $(a, f(a))$ har

$$\text{stigningstallet} = -\frac{1}{f'(a)}$$

Derivasjonsregler

$$(ax + b)' = a$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(u(x) + v(x))' = u'(x) + v'(x)$$

$$(k \cdot u(x))' = k \cdot u'(x)$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Kjerneregelen

$$f(x) = g(u(x)) \Rightarrow f'(x) = g'(u(x)) \cdot u'(x)$$

$$f(x) = (u(x))^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot (u(x))^{n-1} \cdot u'(x)$$

Prisme og sylinder

$$V = G \cdot h$$

Pyramide og kjegle

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h$$

Kule

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad O = 4\pi r^2$$

Arealsetningen

$$A = \frac{1}{2} bc \sin v$$

Sinussetningen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussetningen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos v$$

Omregning mellom grader og radianer

$$v = \frac{n^\circ}{180^\circ} \pi$$

Amplitude, likevektslinje og periode

$$f(x) = a \sin\left(\frac{2\pi}{p}(x - \varphi)\right) + c$$

Regneregler for briggske logaritmer

$$\lg a^x = x \cdot \lg a$$

$$\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$$

$$10^{\lg a} = a$$

Regneregler for naturlige logaritmer

$$\ln a^x = x \cdot \ln a$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$e^{\ln x} = x$$

Derivasjonsregler

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln u(x))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

$$(e^{u(x)})' = e^{u(x)} \cdot u'(x)$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

Ubestemt integral

Hvis $F'(x) = f(x)$, blir $\int f(x)dx = F(x) + C$

Ubestemt integral

Hvis $F'(x) = f(x)$ og $G'(x) = g(x)$, blir

$$\int (a \cdot f(x) + b \cdot g(x))dx = a \cdot F(x) + b \cdot G(x) + C$$

Integrasjonsformler

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \quad \text{for } r \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \frac{1}{x+a} dx = \ln |x+a| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C$$

Integrasjon med variabelskifte

$$\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int f(u) du \quad \text{der } u = u(x)$$

Hvis $F'(x) = f(x)$, blir

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Arealet mellom to grafer som skjærer hverandre i $x = a$ og $x = b$

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Mengdelære

S: utfallsrommet

Ø: tom mengde (ingen elementer)

$A \cup B$: alle elementer som er i A **eller** i B eller i begge

$A \cap B$: alle elementer som er i både A **og** i B

Komplement: $\bar{A}$ inneholder alle elementer som **ikke** er i A

Disjunkte mengder: A og B er disjunkte hvis de ikke har noen felles elementer ($A \cap B = \emptyset$)

Multiplikasjonsprinsippet

Produktregel: $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$

Potensregel: n^k

Sannsynligheter

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$A \text{ og } B \text{ disjunkte} \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0$$

$$\Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Sentralmål

Median: midterste verdi etter sortering

Modus: hyppigst forekommende verdi

Gjennomsnitt:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Spredningsmål

Standardavvik:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} ((X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Bestemt integral og antiderivasjon