



# HØGSKOLEN I SØR-TRØNDELAG

## AVDELING FOR MAT- OG MEDISINSK TEKNOLOGI (AMMT)

Videreutdanning i MR (Magnetisk resonans)

|                                 |                                                                               |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Kandidatnr:</b>              |                                                                               |
| <b>Eksamensdato:</b>            | 7. mars 2005                                                                  |
| <b>Varighet:</b>                | 09:00- 13:00                                                                  |
| <b>Fagnavn:</b>                 | Tilpasningskurs i matematikk.                                                 |
| <b>Klasse(r):</b>               | ViMR 2003                                                                     |
| <b>Studiepoeng:</b>             | 10                                                                            |
| <b>Faglærer(e):</b>             | Hilde Kjeldstad Berg, Håkon Grønning,<br>Jon Eirik Hennisen og Jørn Kværness. |
| <b>Hjelpemidler:</b>            | Kalkulator (gruppe 2)                                                         |
| <b>Oppgavesettet består av:</b> | Forside, 2 sider med 5 oppgaver og 3 sider formles                            |
| <b>Lykke til!</b>               |                                                                               |

### Oppgave 1 (20%)

- a) Vi har fått 15% rabatt på en bukse og vi betaler da kr. 340,- .  
Hva kostet buksa opprinnelig?
- b) Ei rett linje går gjennom punktene (2,7) og (8,16).  
Finn likningen til denne rette linja.
- c) I trekant ABC er vinkel C = 30°, AC = 40 cm og BC = 5cm.  
Finn arealet til trekant ABC.

### Oppgave 2 (8%)

Gitt matrisene  $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  og  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & 6 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

- a) Regn ut  $A + B$ .
- b) Regn ut  $A - B$ .
- c) Regn ut  $3 \cdot A$ .

### Oppgave 3 (12%)

Gitt de komplekse tallene  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = 2 + 3i$  og  $z_3 = 4e^{i\pi/6}$ .

- a) Regn ut og tegn en figur som viser  $z_1 + z_2$ .
- b) Bestem realdel og imaginærdel til  $z_3$ .
- c) Regn ut og tegn en figur som viser  $z_2 - z_3$ .

#### Oppgave 4 (25%)

I et ortonormert koordinatsystem har vi gitt  $\triangle ABC$  der  $A(1, 4)$ ,  $B(6, -1)$ ,  $C(4, 5)$ .

- a) Finn koordinatene til  $\mathbf{AB}$ .
- b) Bestem  $|\mathbf{AC}|$ .
- c) Regn ut  $\angle A$ .
- d) Finn ligningen for linjen gjennom A og B.
- e) Punktet R er bestemt ved at  $\mathbf{AR} = -2\mathbf{AC}$ . Finn koordinatene til R.
- f) Vis at vektoren  $[1, 1]$  står vinkelrett på  $\mathbf{AB}$ .
- g) Finn projeksjonen av  $\mathbf{AC}$  ned på  $\mathbf{AB}$ .
- h) Finn en enhetsvektor langs  $\mathbf{AC}$ .
- i) Bestem t slik at  $(\mathbf{BC} + t[1, 1])$  og  $\mathbf{AB}$  blir parallelle.

#### Oppgave 5 (35%)

Vi har gitt funksjonen  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + 8x$

- a) 1) Finn nullpunktene til  $f(x)$ .  
2) Finn skjæring med 2.aksen.
- b) 1) Deriver  $f(x)$ .  
2) Finn ekstremalpunktene til  $f(x)$ .  
3) Bestem ekstremalpunktene og monotoniegenskapene til  $f(x)$
- c) 1) Dobbelderivere  $f(x)$ .  
2) Finn vendepunktet til  $f(x)$ .  
3) Bestem krumningen til  $f(x)$ .
- d) Tegn grafen til  $f(x)$  i et koordinatsystem.
- e) Finn arealet begrenset av 1.aksen, grafen til  $f(x)$  og linjene  $x = 1$  og  $x = 2$ .

## Vedlegg: Formelsamling til ViMR matematikk

### Funksjoner

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ har løsning } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$f(x) = x^n \text{ har } \begin{array}{ll} \text{a) deriverte lik} & f'(x) = nx^{n-1} \\ \text{b) antideriverte lik} & F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, n \neq -1 \end{array}$$

$$f(x) = \sin x \quad \text{har} \quad f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \quad \text{har} \quad f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = e^x \quad \text{har} \quad f'(x) = e^x$$

Produktregel for derivasjon:

$$f(x) = uv \quad \text{har} \quad f'(x) = u'v + uv'$$

Divisjonsregel for derivasjon:

$$f(x) = \frac{u}{v} \quad \text{har} \quad f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Kjerneregul for derivasjon:

$$f(u(x)) \quad \text{har} \quad \text{deriverte } f'(u)u'(x)$$

$\sin x = a$  (der  $x$  er en vinkel og  $a$  er et tall) har løsninger

$$x = \sin^{-1} a + n2\pi \quad \text{og} \quad x = \pi - \sin^{-1} a + n2\pi, n \text{ et helt tall.}$$

$\cos x = a$  har løsninger

$$x = \cos^{-1} a + n2\pi \quad \text{og} \quad x = -\cos^{-1} a + n2\pi, n \text{ et helt tall.}$$

$\tan x = a$  har løsninger

$$x = \tan^{-1} a + n\pi, n \text{ et helt tall.}$$

Ettpunktsformel:  $(y - y_1) = a(x - x_1)$

$$\text{der } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ er stigningstallet.}$$

## Vektorer

(Vektorer skrives her med fete typer i stedet for med pil over)

Vektor:

$$\mathbf{QP} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$$

Lengden av en vektor:

$$|\mathbf{QP}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Addisjon av vektorer:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = [a_1, a_2] + [b_1, b_2] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$$

Subtraksjon av vektorer:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = [a_1, a_2] - [b_1, b_2] = [a_1 - b_1, a_2 - b_2]$$

Innskuddssetningen:

$$\mathbf{AC} = \mathbf{AB} + \mathbf{BC}$$

Vektorer kombinert med tall:

$$x \cdot \mathbf{v} = [x \cdot v_1, x \cdot v_2]$$

Lineær avhengighet:

$\mathbf{a}$  og  $\mathbf{b}$  er lineært avhengige dersom det finnes en  $k$  slik at :

$$\mathbf{a} = k \cdot \mathbf{b}$$

Projeksjoner:

For projeksjonen av  $\mathbf{b}$  ned på  $\mathbf{a}$  har vi:

1) For  $\alpha \leq 90^\circ$ :  $|\mathbf{b}_a| = |\mathbf{b}| \cdot \cos \alpha$

2) For  $\alpha \geq 90^\circ$ :  $|\mathbf{b}_a| = -|\mathbf{b}| \cdot \cos \alpha$

Skalarprodukt:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}_a = \mathbf{a}_b \cdot \mathbf{b}$$

Enhetsvektor:

$\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$  er en enhetsvektor langs  $\mathbf{a}$

Koordinatformel for skalarprodukt:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = [a_1, a_2] \cdot [b_1, b_2] = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Cosinus til vinkler mellom to vektorer:

$$\cos \angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

### Matriseregler

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A} (\mathbf{B} \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \mathbf{B}) \mathbf{C}$$

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{I} \mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \mathbf{B} + \mathbf{A} \mathbf{C}$$

### Komplekse tall

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$$

$$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$$

$$0 + z = z$$

$$z - z = 0$$

$$z (z_1 + z_2) = z z_1 + z z_2$$

$$z_1 z_2 = z_2 z_1$$

$$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$$

$$1 z = z$$

$$z z^{-1} = 1 \quad (z \neq 0)$$

Eulers formel:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$