



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

04.06. 2003

(003) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

I denne oppgaven er funksjonen f gitt ved at: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

- a) Regn ut funksjonsverdiene for følgende argument (x -verdier): $-2, -1, 0, 1, 2$.
Bestem a slik at funksjonen kan skrives som: $f(x) = (x+2)^2(x+a)$,
og bruk dette til å avgjøre hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.
- b) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$. Bestem de intervallene der funksjonen f er voksende og der den er avtagende. Sett opp lokale ekstrepunkt og avgjør om noen er globale. Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn eventuelle vendepunkt.
- c) Skisser grafen til f . Regn ut verdien A der: $A = \int_{-2}^1 4 dx - \int_{-2}^1 f(x) dx$

A kan tolkes som arealet av et område. Merk av dette området på grafskissen.

Oppgave 2

I denne oppgaven er funksjonen g gitt ved at: $g(x) = (1+2x)e^{-2x}$

Bestem skjæringspunktene mellom grafen til g og de to koordinataksene.

Vis at $g'(x) = -4xe^{-2x}$ og bruk dette til å avgjøre om grafen til g har noen ekstrepunkt.

Bestem konstantene a og b slik at $G(x) = (a + bx)e^{-2x}$ er en antiderivert funksjon av $g(x)$.

Oppgave 3

Ola har arvet etter en rik slektning og mottok 800 000 kr 1. januar 2003.

- a) Ola plasserte umiddelbart hele arven i en bank til 5 % rente per år. Hva vil verdien av arven være om den står urørt henholdsvis i 2 år og i 4 år ?
Hvor lenge må arven stå urørt for at verdien skal være doblet ?
Hvor mye kunne Ola ha brukt av arven umiddelbart da han fikk den, og likevel ha hatt 800 000 kr tilgjengelig igjen om 3 år så sant resten av arven ble plassert til 5 % årlig rente ?
- b) Ola bestemte seg for å "leve på arven" noen år ved å sette utbetalingen rett i banken og så ta ut like store beløp ved utgangen av hvert år i 5 år fremover. Første utbetaling skal skje 31.12.03.
Hvor mye kan han slik ta ut hvert år fremover så sant den årlige renta er på 5 % ?
Om Ola heller hadde valgt å ta ut 100 000 kr ved utgangen av hvert år fremover, hvor lenge hadde da den opprinnelige arven holdt med samme årlige rente ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = (x - y + 2)(2x - x^2) = -x^3 + 4x - 2xy + x^2y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h .
- b) Vis at h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0, 2)$ og $(2, 4)$, og klassifiser dem.
Bestem nivåkurva: $h(x, y) = 0$.
- c) A er området i xy -planet som er avgrenset av trekanten med hjørner i $(0, 2)$, $(2, 2)$ og $(2, 4)$. Sidekantene er med i A . Finn maksimumspunktet for h over området A .
- d) Vi definerer en ny funksjon g ved at:

$$g(x, y) = \ln(h(x, y)) = \ln((x - y + 2)(2x - x^2))$$

Avgjør om g har noen stasjonære punkt.



(003) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgave 1

I denne oppgåva er funksjonen f gitt ved at: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

- a) Rekn ut funksjonsverdiane for følgjande argument (x -verdiar): $-2, -1, 0, 1, 2$.
Bestem a slik at funksjonen kan skrivast som: $f(x) = (x+2)^2(x+a)$,
og bruk dette til å avgjere kvar funksjonen er positiv og kvar han er negativ.
- b) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$. Bestem dei intervalla der funksjonen f er veksande og der han er avtakande. Sett opp lokale ekstrepunkt og avgjer om nokon er globale. Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn eventuelle vendepunkt.
- c) Skisser grafen til f . Rekn ut verdien A der: $A = \int_{-2}^1 4 dx - \int_{-2}^1 f(x) dx$

A kan tolkast som arealet av eit område. Merk av dette området på grafskissa.

Oppgave 2

I denne oppgåva er funksjonen g gitt ved at: $g(x) = (1+2x)e^{-2x}$

Bestem skjæringspunkta mellom grafen til g og dei to koordinataksane.

Vis at $g'(x) = -4xe^{-2x}$ og bruk dette til å avgjere om grafen til g har nokon ekstrepunkt.

Bestem konstantane a og b slik at $G(x) = (a + bx)e^{-2x}$ er ein antiderivert funksjon av $g(x)$.

Oppgave 3

Ola har arva etter ein rik slektning og fekk utbetalt 800 000 kr 1. januar 2003.

- a) Ola plasserte umiddelbart heile arven i ein bank til 5 % rente per år. Kva vil verdien av arven vere om han står urørt høvesvis i 2 år og i 4 år ?
Kor lenge må arven stå urørt for at verdien skal vere dobla ?
Kor mykje kunne Ola ha brukt av arven umiddelbart då han fekk han, og likevel ha hatt 800 000 kr tilgjengeleg att om 3 år så sant resten av arven blei plassert til 5 % årleg rente ?
- b) Ola bestemte seg for å "leve på arven" nokre år ved å sette utbetalinga rett i banken og så ta ut like store beløp ved utgangen av kvart år i 5 år framover. Første utbetaling skal skje 01.01.04.
Kor mykje kan han slik ta ut kvart år framover så sant den årlege renta er på 5 % ?
Om Ola heller hadde valt å ta ut 100 000 kr ved utgangen av kvart år framover, kor lenge hadde då den opprinnelege arven halde med same årlege rente ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = (x - y + 2)(2x - x^2) = -x^3 + 4x - 2xy + x^2y$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for h .
- b) Vis at h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0, 2)$ og $(2, 4)$, og klassifiser dei.
Bestem nivåkurva: $h(x, y) = 0$.
- c) A er området i xy -planet som er avgrensa av trekanten med hjørner i $(0, 2)$, $(2, 2)$ og $(2, 4)$. Sidekantane er med i A . Finn maksimumspunktet for h over området A .
- d) Vi definerer ein ny funksjon g ved at:

$$g(x, y) = \ln(h(x, y)) = \ln((x - y + 2)(2x - x^2))$$

Avgjer om g har nokon stasjonære punkt.