Høgskolen i Telemark

Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

I

006 STATISTIKK I (utvidet versjon)

22.05.03

Tid:	9-14 (5 timer).
Sidetall:	4.
Hjelpemidler:	Formelsamling og kalkulator.

OPPGAVE 1

For to utfall A og B er det gitt at P(A) = 0.50, P(B) = 0.30 og P(A∩B) = 0.20.

a) Tegn et Venn-diagram over utfallsrommet med A og B inntegnet som arealer.
Er A og B uavhengige utfall? Regn ut $P(\overline{B})$, P(A∪B), P(B|A) og $P(B|\overline{A})$.

OPPGAVE 2

Fra en populasjon på $N = 10$ personer trekkes et utvalg på $s = 3$.

a) Hvor mange forskjellige utvalg fins det

1) med ordnet trekning med tilbakelegging?
2) med ikke-ordnet trekning uten tilbakelegging?

Blant de 10 personene i populasjonen er det 7 kvinner og 3 menn.

Det skal trekkes 3 personer tilfeldig fra populasjonen. Hva er sannsynligheten for at det i utvalget blir 2 kvinner og 1 mann

1) når trekningen skjer med tilbakelegging?
2) når trekningen skjer uten tilbakelegging?

OPPGAVE 3

Vi skal betrakte en vaskeautomat for biler. En bil kan vaskes ad gangen, og vi skal anta at det kan stå inntil 3 biler i kø og vente på vask. Vi lar N være antall biler som enten er i vask eller i kø ved et tilfeldig tidspunkt. F.eks. betyr $N = 2$ at det er 1 bil i vask og 1 bil i kø.

Vi skal anta at N har følgende sannsynlighetsfordeling:

n	0	1	2	3	4
$P(N = n)$	16/30	7/30	4/30	2/30	1/30

a) Hva er sannsynligheten for at vaskeautomaten er opptatt, og hva er sannsynligheten for at det er kø ved vaskeautomaten?

Hva er sannsynligheten for at det er kø, gitt at vaskeautomaten er opptatt?

b) Finn $E(N)$ og $\mathrm{Var}(N)$.

Finn også forventet antall biler i kø ved vaskeautomaten.

OPPGAVE 4

En revisor har erfaring for at det i gjennomsnitt er feil på 1 av 50 bilag som han sjekker.

Vi lar X være antall bilag med feil når n bilag sjekkes.

a) Gjør kort greie for forutsetningene for at X er binomisk fordelt med parametrer n og $p = 0.02$. Anta at disse er oppfylt i resten av oppgaven.

Regn ut $P(X = 1)$ og $P(X > 1)$ når $n = 20$ bilag sjekkes.

Det kan vises at når X er binomisk fordelt med stor n og liten p, så er X tilnærmet Poissonfordelt med parameter $\lambda = np$. Dette er den såkalte Poissontilnærmelsen.

b) En revisor skal sjekke $n = 200$ bilag. Hva er forventet antall feil?

Regn ut $P(X > 1)$ både ved å bruke binomisk fordeling og ved å bruke Poissontilnærmelsen. Regn også ut $P(X > 1)$ ved å benytte normaltilnærmelsen.

OPPGAVE 5

Et idrettslag skal selge lapskaus under sin årlige forballturnering. På grunnlag av erfaring antar idrettslaget at antall porsjoner X som etterspørres, kan betraktes som en normalfordelt stokastisk variabel med forventning 340 og standardavvik 40.

a) Hva er sannsynligheten for at det etterspørres over 350 porsjoner med lapskaus? Hva er sannsynligheten for at det etterspørres over 400?

Idrettslaget regner med at utgifter til tillaging og råstoff er $C_1 = 10$ kr pr porsjon. Salgsprisen er $C_2 = 30$ kr pr porsjon. Det kan vises at forventet fortjeneste for idrettslaget maksimeres dersom det lages x porsjoner der x bestemmes ved

$$P(X > x) = \frac{C_1}{C_2}$$ (Du skal ikke vise dette.)

Hvor mange porsjoner bør idrettslaget lage til for å maksimere forventet overskudd av lapskaussalget? Rund av til nærmeste hele porsjon.

OPPGAVE 6

Driveren av en kantine vil undersøke om gjennomsnittlig juiceinnhold i 2-literskartonger kan være for lavt. Vi antar at målt juiceinnhold Y i en 2-literskartong er normalfordelt med forventning μ (liter) og standardavvik $\sigma = 0.04$ liter.

Det er foretatt 18 uavhengige målinger av innholdet i juicekartonger, og målt gjennomsnittlig juiceinnhold i de 18 2-literskartongene var 1.976 liter.

a) Finn et 95% konfidensintervall for μ. Hvor mange målinger måtte en hatt for å få feilmargin på høyst 0.01 liter?

b) Vi skal teste

$$H_0 : \mu = 2.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1 : \mu < 2.0$$

Regn ut signifikanssannsynligheten og bruk denne til å angi konklusjonen på testen. Bruk signifikansnivå 5%.

OPPGAVE 7

Revisoren som er omtalt i oppgave 4, har sjekket $n = 630$ bilag for en bedrift. Vi antar som i oppgave 4 at X som er antall bilag med feil, er binomisk fordelt med parametrer n og p der p nå er ukjent.

a) Revisoren vil teste om feilsannsynligheten p er over 0.02 for denne bedriften. Formuler dette spørsmålet som en hypotesetest. Finn kritisk verdi for testen og angi konklusjonen når revisoren fant 19 feil på de 630 bilagene han sjekket. Bruk signifikansnivå 1%.

b) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Finn spesielt styrken dersom feilsannsynligheten er 0.03, 0.04 og 0.05.

