Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

616 DISKRET MATEMATIKK

22.05.2002

Sidetal: 4 + forside

Hjelpemiddel: Alle

Merknader: Ingen

Vedlegg: Svarark

Eksamensresultata blir offentliggjort på følgende internettadresse:
http://www-bo.hit.no/af/__ Klikk Student og så eksamen

eller du kan gå inn på Arena høgskole – da trenger du heller ikke kandidatnummeret

Oppgave 1

Bevis følgende logiske implikasjon

a) $[(p \to q)] \Rightarrow [(p \wedge r) \to (q \wedge r)]$

b) I et bursdagsselskap er det barn fra både første-, andre- og tredjeklasse. Alle har enten svarte eller blå sko. Hvor mange må det minst være i selskapet for at vi helt sikkert kan finne to barn som er av samme kjønn, går i samme klassetrinn og har samme farge på skoene?

c) Hvor mange rekkefølger ("ord") kan en danne med bokstavene i ordet

MATEMATIKK

d) 10 identiske terninger kastes samtidig. Hvor mange forskjellige resultater gir to 6-ere og tre 2-ere?

e) Vis at

$$\sum_{i=1}^{n} 2\,(3^{i-1}) = 3^n - 1$$

Oppgave 2

X og Y er mengder med $|X| = m \leq |Y| = n$

Vi definerer $F = \{ f \mid f: X \to Y,\ f \text{ en-entydig} \}$

a) Vis at $|F| = P(n, m) = n(n-1) \ldots (n-m+1)$

b) Vi definerer relasjonen R i F ved

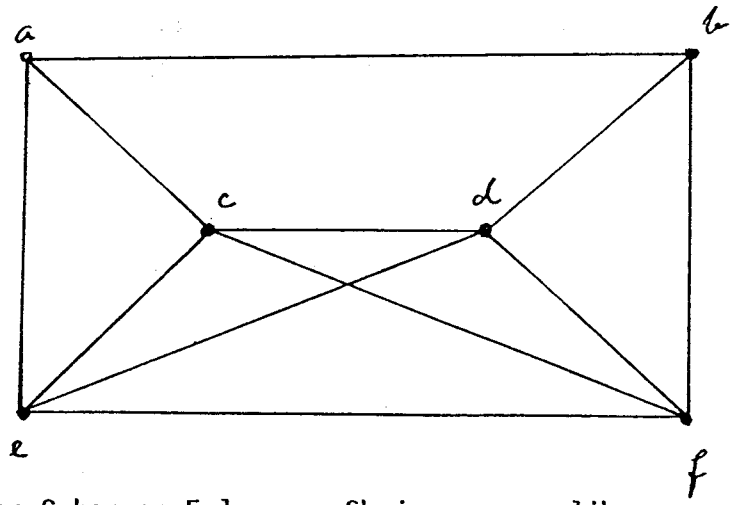
$f\ R\ g \Leftrightarrow \text{range}(f) = \text{range}(g)$

Vis at R er en ekvivalensrelasjon.

Hvor mange ekvivalensklasser gir R ?

Oppgave 3

Vi betrakter grafen G



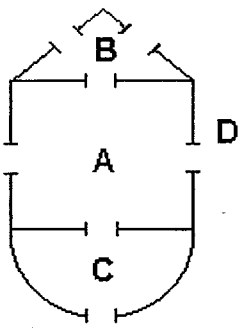
a) Forklar hvorfor G har en Eulerveg. Skriv opp en slik som en hjørne-sekvens, og tegn den inn på figuren (Bruk svararket).

b) Finn også en Hamilton-sykel. Fins det 2 Hamilton-sykler uten felles kanter?

c) Er G en plan graf?

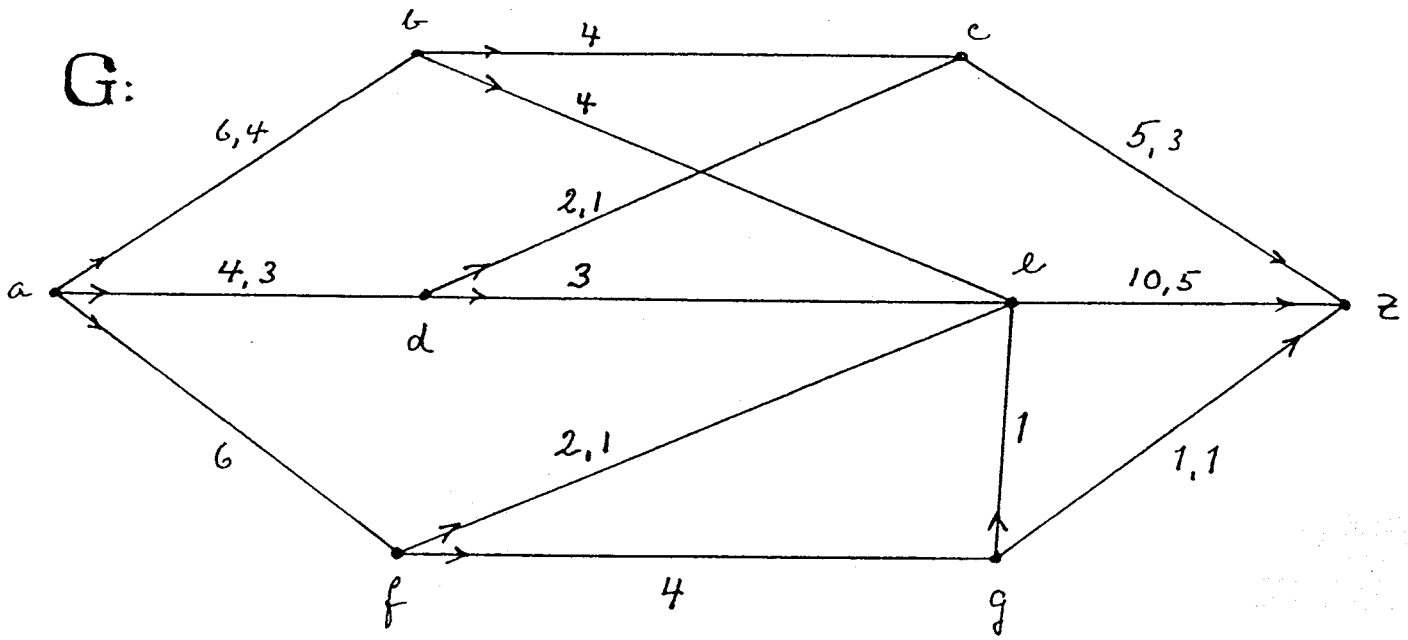
Oppgave 4

Figuren nedenfor er tegning for lokale for avslutningsfest (dørene er merket). En vaktmester blir sendt ut for å sjekke om alle dører er lukket dagen før festen.



Er det mulig for vaktmesteren å finne en inspeksjonsrute slik at han kan gå gjennom hver dør kun én gang, låse dem etter seg og forlate lokalet etter inspeksjonen? Hvis ja, hvordan kan ruten kan velges? Gi begrunnelse.

Oppgave 5



G er et transportnettverk med oppgitte kantkapasiteter, men bare en del av kantstrømmene for en strøm, F, er påført.

a) Fyll ut de manglende kantstrømmene for F på figuren. (Bruk svararket).

b) Finn en maksimal strøm ved å starte med (ta utgangspunkt i) F. Anvend Algoritme 8.2.4, og oppgi veiene fra kilde til sluk der du øker strømmen.

c) Finn et minimalt kutt i nettverket.

Oppgave 6

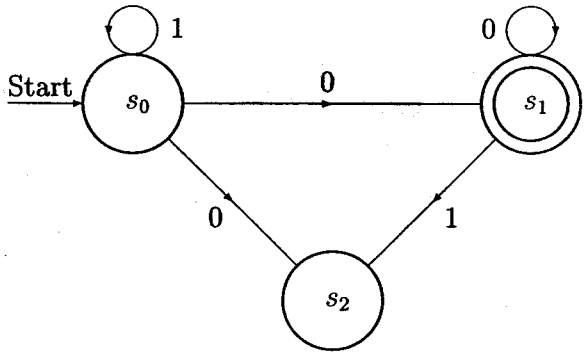
En følge av tall er definert rekursivt ved regelen: $a_0 = 0,\ a_1 = 1,$

$$a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1},\ n \geq 1.$$

Finn en formel for a_n

Oppgave 7

Finn en deterministisk endelig tilstandsautomat som aksepterer det samme språket som den ikke-deterministiske endelige tilstandsautomaten nedenfor

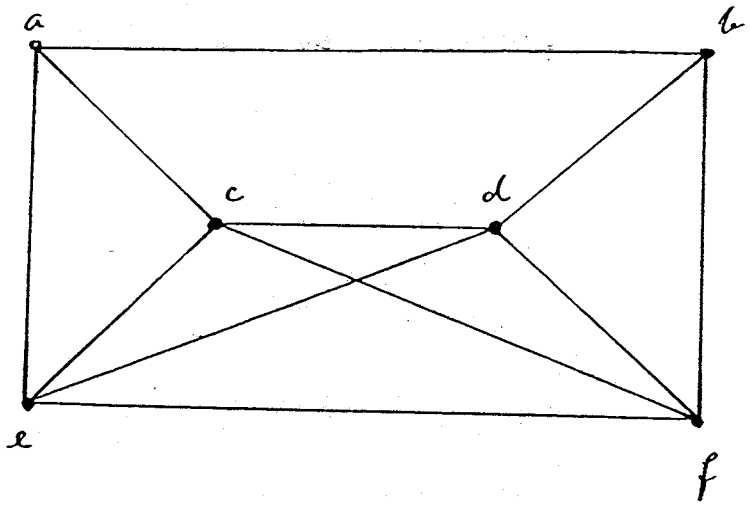


Sett også opp en regulær grammatikk som har det samme språket.

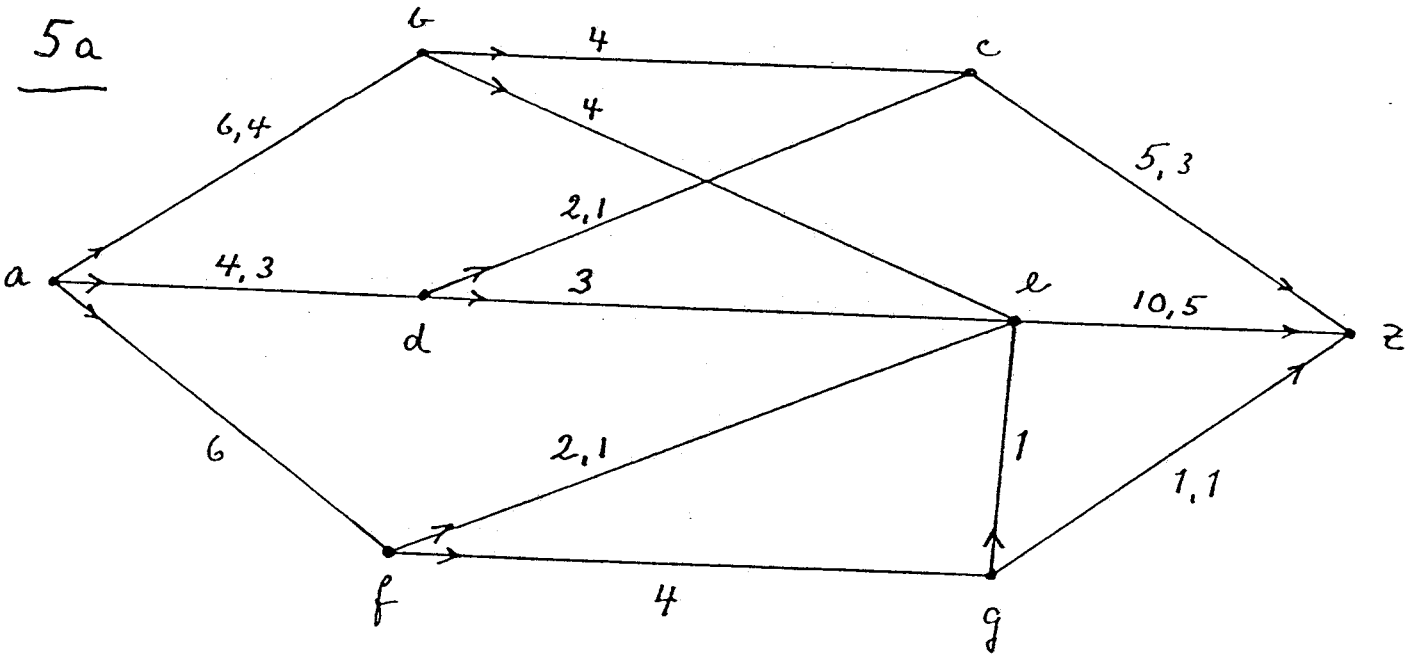
SVARARK Kand.nr. _____

Det er tilstr. å levere inn ett svararke

3a



5a



5b, c

