Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

622 MATEMATISK ANALYSE

13.12.02

Tid:	5 timer, 09.00 – 14.00
Sidetall:	4, inkludert framside
Hjelpemiddel:	Alle trykte og skrevne hjelpemiddel, samt kalkulator
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på Arena høgskole. Passordet til Arena har alle studenter fått i eget brev ved semesterstart. Du går inn på Arena høgskole via HiTs nettsider.

Oppgave 1

Definér funksjonen f ved

$$f(x \quad \frac{x}{1+x^2} \qquad D_f = \mathbf{R}.$$

a) Finn funksjonens ekstremalpunkter, og bestem hvor den vokser og hvor den avtar.

b) Finn vendepunktene til f. Regn også ut integralet

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{+x^2}\,dx.$$

Bruk f.eks substitusjonen $u \quad +x^2$. Hvilken tolkning har dette integralet?

Oppgave 2

Beregn følgende grenser

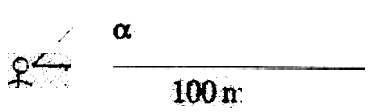
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\ln \sin x} \qquad \lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt[3]{1+\frac{1}{x}} -\right.$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right) \qquad \text{og} \qquad (4)\ \lim_{x\to 1} \frac{2x - \sqrt{1+kx}}{x - \sqrt{x}}$$

I (4) skal konstanten k ha den verdien som gjør at grenseverdien eksisterer (og er endelig).

Oppgave 3

En nyttårsrakett blir sendt vertikalt opp. En tilskuer står 100 m unna og måler vinkelen α som vist på figuren. Hvor raskt stiger raketten idet vinkelen er 45° og øker med 5° per sekund?



Oppgave 4

Løs initialverdiproblemet

$$xy' + y' \quad 4 \qquad y($$

Oppgave 5

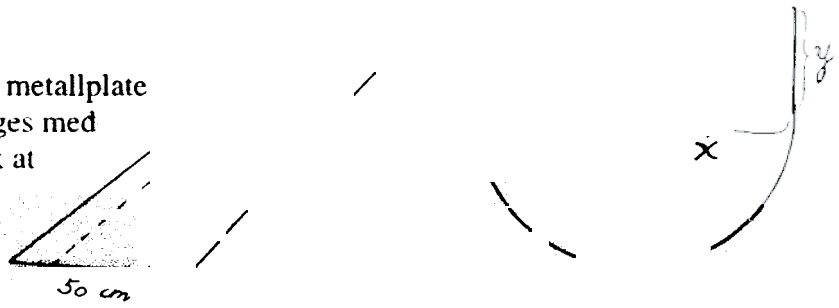
La $f(x,y) \quad 8x^3 \quad 3xy+y^3 \quad 5$

a) Bestem de kritiske punktene til $f(x,y)$.

b) Klassifiser de kritiske punktene. Har $f(x,y)$ et globalt minimum? Begrunn svaret.

Oppgave 6

Det skal lages ei vannrenne av en lang metallplate med bredde 50 cm. Vannrenna skal lages med sirkelbuet bunn og rette sidekanter slik at tverrsnittet av renna består av et rektangel over en halvsirkel (se fig. til høyre).



a) V arealet av verrsnittet til vannrenna er gitt ved radius x i halvsirkelen sor

$$A(\qquad 50x \qquad \frac{\pi}{2}x$$

b) Bestem radius x i halvsirkelen og sidekantene y i rektangelet slik at arealet av tverrsnittet blir størst mulig (som igjen gjør volumet av vannrenna størst mulig)

Oppgave 7

a $f(x \quad = \ln(3x +$

Finn 2.ordens Taylor-polynom for $f(x)$ omkring $x \quad 0$

Oppgave 8

Avgjør om rekkene nedenfor konvergerer, eller om de divergerer.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n^2}{3^n - 2^n}$, (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+}{n^2 - 2n + 2}$