



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

03.06. 2004

(003) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

I denne oppgaven er funksjonen f gitt ved at: $f(x) = x^3 - 2x^2$

- Finn nullpunktene for f . Avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ. Vis at $(1, -1)$ og $(2, 0)$ er to av skjæringspunktene mellom grafen til f og den rette linja $L: y = x - 2$, og regn ut koordinatene til det siste skjæringspunktet.
- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$. Bestem de intervallene der funksjonen f er voksende og der den er avtagende. Sett opp lokale ekstrempunkt og avgjør om noen er globale. Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn eventuelle vendepunkt.
- Skisser grafen til f og merk av den rette linja L .

Regn ut verdien A der:
$$A = \int_1^2 (x - 2) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

A kan tolkes som arealet av et område. Merk av dette området på grafskissen.

Oppgave 2

I denne oppgaven er funksjonen g gitt ved at: $g(x) = \ln(5 - x^2)$

Bestem skjæringspunktene mellom grafen til g og de to koordinataksene.

Sett opp definisjonsmengden for funksjonen g .

Funksjonen g har et globalt ekstrempunkt. Finn dette punktet.

Oppgave 3

- a) Et fondsbeløp på 300 000 kr skal stå urørt på en konto til det med rente og rentesrente har oppnådd en verdi på 500 000 kr.

Hvor lenge må fondsbeløpet stå dersom renta på kontoen er 3.5 % pr år ?

Hva må den årlig renta være om fondsbeløpet skal bruke 10 år på å nå 500 000 kr ?

- b) Ola skal kjøpe ei hytte på fjellet. Han har valget mellom å:

1. Betale 460 000 kr kontant.
2. Betale 150 000 kr kontant og deretter 6 innbetalinger à 55 000 kr. Innbetalingene skal gjøres ved utgangen av hvert halvår, den første skjer et halvt år etter kontantbetalingen.

Hvilket alternativ bør Ola velge dersom renta er 3.5 % pr år i hele perioden ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = y - x^2y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
Finn de to stasjonære punktene for h og klassifiser dem.
- b) Lag en skisse som viser nivåkurva $h(x, y) = 0$. Merk også av på denne skissen det området der $h(x, y) < 0$, dvs. de punktene som gir negativ funksjonsverdi. Grunngi klassifiseringen av de to stasjonære punktene for h basert på denne skissen.
- c) Skisser området D i xy -planet gitt ved:

$$D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1 \quad \text{og} \quad 0 \leq y \leq x \}$$

Finn både minimumspunktet og maksimumspunktet for h over området D og bestem de tilhørende funksjonsverdiene.