Avdeling for allmenne fag

SLUTTPRØVE

003 MATEMATIKK

10.12.03

Tid:	4 timar, 09.00 – 13.00
Målform:	Bokmål / nynorsk
Sidetal:	2 + 2 + framside
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Resultata blir offentliggjort på Arena høgskole. Passordet til Arena har alle studenter fått i eget brev ved semesterstart. Du går inn på Arena høgskole via HiTs nettsider.

Høgskolen i Telemark

SLUTTPRØVE

10.12. 2003

(003) MATEMATIKK

Tid:	4 timer (09^{00} - 13^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

a) Bestem nullpunktene til funksjonen f.
Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem også er globale.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn eventuelle vendepunkt.
Skisser grafen til f .

d) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i origo og merk den av på grafskissen.
Denne tangenten har enda et punkt felles med grafen til f. Bestem dette punktet.
Bestem verdien A der

$$A = \int_0^2 x\,dx \quad - \quad \int_0^2 \left(x^3 - 2x^2 + x\right) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x^3 e^x$

Finn eventuelle skjæringspunkt mellom grafen til g og koordinataksene.
Finn $g'(x)$ og bruk denne til å vise at g har et globalt minimumspunkt.

Oppgave 3

a) På en konto med 4 % årlig rente, stod det 30 000 kr pr 1.1. 2003. Om kontoen står urørt, hva vil verdien med rente og rentesrente være pr 1.1. 2004 og pr 1.1. 2006 ?

Hvor mye må settes inn på samme kontoen 1.1. 2004 for at samlet verdi pr. 1.1. 2006 skal være på 50 000 kr ?

b) Et fond ble opprettet på 650 000 kr. Det ble ved utgangen av hvert år betalt ut like store beløp fra fondet, første utbetaling skjedde ett år etter opprettingen av fondet. Med en årlig rente på 5 %, hvor store var de årlige utbetalingene når fondet skulle holde til nøyaktig 15 slike utbetalinger ?

Umiddelbart etter den 5. slike utbetalingen bestemte fondsstyret seg for å betale ut resten av fondet på 5 nye like store årlige utbetalinger istedet for de planlagte 10. Hvor store var da disse 5 nye utbetalingene, forutsatt uendret rente ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^3 - x^2 - xy + y$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig ett stasjonært punkt $(1\,,\,1)$, og klassifiser dette stasjonære punktet.

c) D er et område i xy-planet gitt ved at

$$D = \{\, (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x^2 \,\}$$

Skisser området D i xy-planet og sett opp alle randkurvelikningene for D.

Finn minimum for funksjonen h over området D.

Høgskolen i Telemark

SLUTTPRØVE

10.12. 2003

(003) MATEMATIKK

Tid:	4 timar (09^{00} - 13^{00})
Sidetal:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

a) Bestem nullpunkta til funksjonen f.
Avgjer kvar funksjonen f er positiv og kvar han er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjer kvar funksjonen f er veksande og kvar han er avtakande.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjer om nokon av dei og er globale.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn eventuelle vendepunkt.
Skisser grafen til f .

d) Bestem likninga for tangenten til grafen til f i origo og merk han av på grafskissa.
Denne tangenten har endå eit punkt felles med grafen til f. Bestem dette punktet.
Bestem verdien A der

$$A = \int_0^2 x\,dx \quad - \quad \int_0^2 (x^3 - 2x^2 + x)\,dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x^3 e^x$

Finn eventuelle skjeringspunkt mellom grafen til g og koordinataksane.
Finn $g'(x)$ og bruk denne til å vise at g har eit globalt minimumspunkt.

Oppgåve 3

a) På ein konto med 4 % årleg rente, stod det 30 000 kr pr 1.1. 2003. Om kontoen står urørd, kva vil verdien med rente og rentesrente vere pr 1.1. 2004 og pr 1.1. 2006 ?

Kor mykje må settast inn på same kontoen 1.1. 2004 for at samla verdi pr. 1.1. 2006 skal vere på 50 000 kr ?

b) Eit fond blei oppretta på 650 000 kr. Det blei ved utgangen av kvart år betalt ut like store beløp frå fondet, fyrste utbetaling skjedde eitt år etter opprettinga av fondet. Med ei årleg rente på 5 %, kor store var dei årlege utbetalingane når fondet skulle halde til nøyaktig 15 slike utbetalingar ?

Umiddelbart etter den 5. slike utbetalinga bestemte fondsstyret seg for å betale ut resten av fondet på 5 nye like store årlege utbetalingar istaden for dei planlagde 10. Kor store var då desse 5 nye utbetalingane, forutsatt uendra rente ?

Oppgåve 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^3 - x^2 - xy + y$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig eitt stasjonært punkt $(1\,,\,1)$, og klassifiser dette stasjonære punktet.

c) D er eit område i xy-planet gitt ved at

$$D = \{\, (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x^2 \,\}$$

Skisser området D i xy-planet og sett opp alle randkurvelikningene for D.

Finn minimum for funksjonen h over området D.