Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

003 MATEMATIKK

10.12.03

Tid:	5 timar, 09.00 – 14.00
Sidetal:	2 + framside
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Dette er eit eige eksamenssett for dei som ikkje har tatt midtprøva.
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på Arena høgskole. Passordet til Arena har alle studenter fått i eget brev ved semesterstart. Du går inn på Arena høgskole via HiTs nettsider.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
10.12. 2003

(003) MATEMATIKK

Tid:	5 timer (09^{00} - 14^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

a) Bestem nullpunktene til funksjonen f.
Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem også er globale.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn eventuelle vendepunkt.
Skisser grafen til f .

d) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i origo og merk den av på grafskissen.
Denne tangenten har enda et punkt felles med grafen til f. Bestem dette punktet.
Bestem verdien A der

$$A = \int_0^2 x\,dx \quad - \quad \int_0^2 \left(x^3 - 2x^2 + x\right) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x^3 e^x$

Finn eventuelle skjæringspunkt mellom grafen til g og koordinataksene.
Finn $g'(x)$ og bruk denne til å vise at g har et globalt minimumspunkt.

Oppgave 3

a) På en konto med 4 % årlig rente, stod det 30 000 kr pr 1.1. 2003. Om kontoen står urørt, hva vil verdien med rente og rentesrente være pr 1.1. 2004 og pr 1.1. 2006 ?

Hvor mye må settes inn på samme kontoen 1.1. 2004 for at samlet verdi pr. 1.1. 2006 skal være på 50 000 kr ?

b) Et fond ble opprettet på 650 000 kr. Det ble ved utgangen av hvert år betalt ut like store beløp fra fondet, første utbetaling skjedde ett år etter opprettingen av fondet. Med en årlig rente på 5 %, hvor store var de årlige utbetalingene når fondet skulle holde til nøyaktig 15 slike utbetalinger ?

Umiddelbart etter den 5. slike utbetalingen bestemte fondsstyret seg for å betale ut resten av fondet på 5 nye like store årlige utbetalinger istedet for de planlagte 10. Hvor store var da disse 5 nye utbetalingene, forutsatt uendret rente ?

c) Et lån på 150 000 kr skal være nedbetalt 4 år etter låneopptaket. Det foreligger tilbud om følgende alternativ:

1. 9.0 % årlig rente
2. 4.5 % halvårlig rente
3. 0.7 % månedlig rente

Hvilket alternativ vil gi det rimeligste lånet ? Grunngi svaret ditt.

Ved valg av alternativ 2, hva blir det halvårlige beløpet som vil betjene dette lånet om første innbetaling skjer ett år etter låneopptaket ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = x^3 - x^2 - xy + y$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig ett stasjonært punkt $(1\,,\,1)$, og klassifiser dette stasjonære punktet.

c) Vis at funksjonen h kan skrives som $h(x,y) = (x-1)\,(x^2-y)$.

Finn nullnivåkurva for h , dvs. $h(x,y) = 0$, og skisser denne i xy-planet.

Bestem funksjonsverdiene for $(2,\,1)$, $(\frac{3}{2},\,3)$, $(0,\,1)$ og $(0,\,-1)$. Bruk dette og nullnivåkurva til å kommentere klassifiseringen av det stasjonære punktet for h.

d) D er et område i xy-planet gitt ved at

$$D = \{\,(x,y) \mid 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le x^2\,\}$$

Skisser området D i xy-planet og sett opp alle randkurvelikningene for D.

Finn minimum for funksjonen h over området D.