Høgskolen i Telemark
Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

I

006 STATISTIKK I (utvidet versjon)

16.12.03

Tid:	9-13 (4 timer).
Sidetall:	3.
Hjelpemidler:	Formelsamling og kalkulator.

OPPGAVE 1

For to utfall A og B er det gitt at P(A) = 0.60, P(B) = 0.30 og P(A∩B) = 0.20.

a) Er A og B uavhengige utfall? Regn ut $P(\overline{B})$, P(A∪B), P(B|A) og $P(\overline{B} \mid \overline{A})$.

OPPGAVE 2

På grunnlag av trafikktellinger over lang tid har en funnet ut at antall personer, X, i en tilfeldig bil på veg inn til en stor by om morgenen har følgende sannsynlighetsfordeling:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0.46	0.24	0.15	0.07	0.06	0.02

a) Finn $P(X > 2)$ og $P(X > 2 \mid X > 1)$. Forklar kort hva disse sannsynlighetene uttrykker. Bruk gjerne prosentangivelse.

Regn ut $E(X)$ og $Var(X)$.

OPPGAVE 3

Vi antar i denne oppgaven at antall utrykninger, X, for brannvesenet i en by i løpet av et døgn er Poissonfordelt med parameter $\lambda = 0.25$.

a) Forklar kort hva parameteren $\lambda = 0.25$ uttrykker.

Sett opp formelen for punktsannsynlighetene til X. Regn ut $P(X = x)$ for $x = 0, 1, 2$ og 3. Lag et histogram over sannsynlighetsfordelingen til X.

b) Generelt er antall utrykninger i løpet av t døgn Poissonfordelt med parameter λt der $\lambda = 0.25$. Hva er sannsynligheten for at brannvesenet ikke får en eneste utrykning i løpet av 1 uke (= 7 døgn)?

Hva er forventet antall utrykninger på et år (= 365 døgn)? Finn sannsynligheten (tilnærmet) for at brannvesenet får flere enn 100 utrykninger på et år.

OPPGAVE 4

Vi betrakter bremselengden på grusveg når en bil kjører med en fart av 50 km/t. Vi antar at målt bremselengde X (meter) for den aktuelle dekktypen er normalfordelt med forventning $\mu = 18.0$ m og standardavvik $\sigma = 1.5$ m ved den angitte hastigheten.

a) Hva er sannsynligheten for at målt bremselengde for en bil med fart 50 km/t er over 20.0 m? Finn også sannsynligheten for at bremselengden er mellom 15.0 m og 20.0 m.

To biler B_1 og B_2 kjører mot hverandre på en smal grusveg der det ikke er plass til at to biler kan passere hverandre. Bil B_1 kjører i 50 km/t, og dens bremselengde X har fordeling som angitt ovenfor. Bil B_2, som kjører i 60 km/t, har bremselengde Y som er normalfordelt med forventning 25.0 m og standardavvik 2.0 m. Vi antar dessuten at X og Y er uavhengige variabler. Når avstanden mellom bilene er 45.0 m, starter begge to å bremse.

b) Vi lar S være summen av bremselengdene for de to bilene. Hva er $E(S)$ og $Var(S)$? Hva er sannsynligheten for at de to bilene *ikke* kolliderer?

OPPGAVE 5

Vi betrakter igjen situasjonen i oppgave 4. Det skal undersøkes om en ny type gummiblanding gir dekk med kortere gjennomsnittlig bremselengde enn 18.0 meter på grusveg når farten er 50 km/t.

Det er foretatt målinger, $X_1, X_2, \ldots, X_{14}$ (meter) av bremselengde på en grusveg med den nye gummiblandingen for 14 forskjellige biler som kjørte i 50 km/t. Målingene antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. Resultatene er gitt på neste side.

Resultater – dekk med ny gummiblanding

X (m): 18.4 17.2 17.4 15.7 16.2 16.4 18.5 19.2 15.8 16.3 17.8 18.6 19.9 16.8

$$\overline{X} = 17.44 \qquad \sum (X_i - \overline{X})^2 = 22.79$$

a) Bruk resultatene til å estimere μ og σ.
Finn et 95% konfidensintervall for μ dersom vi antar $\sigma = 1.5$ m.

b) Vi skal teste

$$H_0: \mu = 18.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1: \mu < 18.0$$

Signifikansnivået for testen skal være 5%, og vi antar at $\sigma = 1.5$ m. Regn ut signifikanssannsynligheten for testen. Vil du påstå at den nye gummiblandingen gir dekk med gjennomsnittlig bremselengde kortere enn 18.0 meter når farten er 50 km/t?

OPPGAVE 6

Stein Strømmen vil studere hvordan hans strømforbruk avhenger av utetemperaturen. Han har i løpet av høsten lest av strømforbruk Y (kilowattime) og utendørs døgnmiddeltemperatur x (grader Celcius) for 10 døgn.

Vi skal bruke en regresjonsmodell der det antas at Y normalfordelt med forventning $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ og standardavvik $\sigma = 2.0$. Vi antar dessuten at de 10 målingene av strømforbruket er uavhengige variabler. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer β_0 og β_1. Tegn observasjonene og den estimerte regresjonslinja inn i et spredningsdiagram. Forklar kort med ord hva de estimerte verdiene av β_0 og β_1 uttrykker.

b) Tyder undersøkelsene på at strømforbruket til Stein Strømmen avtar med mer enn 1.0 kilowattime når utetemperaturen øker med 1 grad? Formuler dette spørsmålet som en hypotesetest. Gjennomfør testingen og angi konklusjonen på testen når resultatene er som nedenfor. Bruk signifikansnivå 1%.

Resultater

x	1.3	4.5	5.2	8.1	10.6	11.1	13.2	15.0	16.9	18.8
Y	48.8	44.7	44.4	43.7	35.0	37.2	36.5	27.7	28.4	23.6

$$\overline{x} = 10.47 \quad \overline{Y} = 37.00 \quad M = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \overline{x})^2 = 292.41 \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i - \overline{x}) Y_i = -419.84$$