Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
I

003 MATEMATIKK

01.06.2005

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Sidetal:	3 med framsida
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Merknadar:	Alle delspørsmål tel likt.
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentleggjort på nettet, via Arena høgskole. Passordet til Arena har alle studentar fått i eige brev ved semesterstart. I tillegg finn ein lister med eksamensresultat på utsida av eksamenskontoret, men da treng ein kandidatnummeret. Noter deg difor kandidatnummeret ditt og ta vare på det.

Avdeling for allmenne fag, Hallvard Eikas plass, 3800 Bø Telefon: 35 95 27 00 Telefaks: 35 95 27 01

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
01.06. 2005

(003) MATEMATIKK

Tid:	5 timer (09^{00} - 14^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = 2x^3 - x^4$

a) Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.
Sett opp nullpunktene til funksjonen.

b) Bestem $f'(x)$.
Finn de intervallene der funksjonen f er voksende og der den er avtagende.
Sett opp det lokale ekstrempunktet for f og avgjør om det også er globalt.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn eventuelle vendepunkt.

d) Skisser grafen til f.
Bestem arealet av området som er avgrenset av grafen til f og x-aksen.

Oppgave 2

a) Dersom Petter satte inn 15 000 kr på en ny konto 1. januar 2005 til 3 % årlig rente, hvor mye kan han da ta ut fra kontoen (inkludert renter) 1. januar 2006 ?
Hvor mange hele år må Petter la kontoen stå urørt før verdien er minst 20 000 kr ?
Hva måtte den årlige renten på denne kontoen ha vært om Petter skulle kunne ta ut 20 000 kr allerede 1. januar 2007 ?

b) Et boliglån på en million kroner til 4% årlig rente skal betales med 20 like store årlige beløp. Betalingen skjer ved utgangen av hvert år, første gang ett år etter låneopptaket. Hva er det årlige beløpet som vil betjene dette lånet ?
Årlig rente endres til 8 % umiddelbart etter den 10. betalingen. Hvis restlånet skal betales med 10 nye like store årlige beløp (uten noe opphold i betalingsplanen), hva blir da det årlige beløpet som vil betjene restlånet ?

Oppgave 3

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = \frac{1}{2}xy^2 - x^3y - 2x$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0\,,\,-2)$ og $(0\,,\,2)$.
Klassifiser de to stasjonære punktene.

c) Skisser i xy-planet området A gitt ved at

$$A = \{\,(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x^2\,\}$$

Finn minimum for funksjonen h over området A.

Oppgave 4

En bedrift produserer x vareenheter pr dag. Hele dagsproduksjonen blir omsatt.
Bedriften har

kostnadsfunksjonen: $K(x) = \frac{1}{2}x^3 - 30x^2 + 600x$ og

inntektsfunksjonen: $I(x) = 350x$

a) Bedriftens overskudd fremkommer som inntekt minus kostnad. Hvor mange vareenheter må bedriften produsere pr dag for å ha positivt overskudd ?

b) Grensekostnaden for bedriftens vareproduksjon er gitt ved $K'(x)$.
Regn ut grensekostnaden ved 30 produserte vareenheter pr dag.
Finn det antallet vareenheter produsert pr dag som gir den minste grensekostnaden.

c) Enhetskostnaden for bedriftens vareproduksjon er gitt ved $A(x) = \dfrac{K(x)}{x}$.
Bestem den minste enhetskostnaden.
Formuler kort med dine egne ord den sammenhengen vi kan se mellom enhetskostnad og grensekostnad i denne situasjonen.