Høgskolen i Telemark
Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN
I
006 STATISTIKK I

6.05.05

Tid:	9-13 (4 timer).
Fagkode:	006.
Sidetall:	3.
Hjelpemidler:	Formelsamling og kalkulator.

OPPGAVE 1

For to utfall A og B er det gitt at P(A) = 0.50, P(B) = 0.30 og P(A∩B) = 0.15.

a) Tegn et Venn-diagram over utfallsrommet med A og B inntegnet som arealer.
Er A og B uavhengige utfall? Regn ut $P(\overline{B})$ og P(A∪B)

Finn P(B|A), $P(\overline{B}|A)$ og $P(B|\overline{A})$.

OPPGAVE 2

Vi antar i denne oppgaven at antall SMS-meldinger, X, som mottas av en mobiltelefon i løpet av t timer er Poissonfordelt med parameter λt. For student Per Holm sin mobiltelefon er $\lambda = 2.3$.

a) Forklar kort hva parameteren $\lambda = 2.3$ uttrykker.

Sett opp formelen for punktsannsynlighetene til X når vi velger $t = 1$ time. Regn ut $P(X = x)$ for $x = 0$, 1, og 2. Finn også sannsynligheten for at Per Holm mottar flere enn 2 SMS-meldinger i løpet av 1 time.

b) Hva er forventet antall SMS-meldinger som Per Holm mottar på sin mobiltelefon i løpet av 2.5 time? Hva er sannsynligheten for at han ikke mottar en eneste SMS-melding i løpet av 2.5 time?

Finn dessuten sannsynligheten (tilnærmet) for at Per i løpet av 10 timer mottar mer enn 20 SMS-meldinger.

OPPGAVE 3

Bensinforbruket X (liter) for en bilmodell over en strekning på 100 km antas å være normalfordelt med forventning $\mu = 7.0$ liter og standardavvik $\sigma = 0.3$ liter. Vi antar dessuten at bensinforbruk for forskjellige biler er uavhengige variabler.

a) Finn sannsynligheten for at en bil bruker mer enn 7.5 liter bensin på strekningen. Regn også ut $P(6.5 < X < 7.5)$. Tegn inn de funne sannsynlighetene som arealer på en skisse av sannsynlighetstettheten til X.

b) Dersom 3 biler kjører strekningen, hva er sannsynligheten for at deres gjennomsnittlige bensinforbruk er under 7.5 liter?

Hva er sannsynligheten for at alle 3 bilene bruker under 7.5 liter bensin?

OPPGAVE 4

Vi betrakter fremdeles bensinforbruket til bilmodellen i oppgave 2.

Vi skal teste om bilene bruker mindre bensin dersom de bruker en ny type bensin. 15 biler har kjørt strekningen på 100 km. Bensinforbruket for bilene, $X_1, X_2, \ldots, X_{15}$, antas å være uavhengige normalfordelte variabler med forventning μ (liter) og standardavvik σ (liter).

Resultatene er gitt til slutt i oppgaven (neste side).

a) Bruk resultatene til å estimere μ og σ.

Finn et 95% konfidensintervall for μ dersom vi antar $\sigma = 0.3$ liter.

b) Vi skal teste

$$H_0: \mu = 7.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1: \mu < 7.0$$

Gjennomfør testingen og angi konklusjonen når resultatene er som til slutt i oppgaven, og vi antar at $\sigma = 0.3$ liter. Bruk signifikansnivå 5%.

Resultater:

X (liter): 6.75 7.08 6.51 7.38 6.57 6.91 7.22 7.13 6.70 6.87 6.43 6.74 7.14 7.27 6.60

$$\overline{X} = 6.89 \qquad \sum (X_i - \overline{X})^2 = 1.271$$

OPPGAVE 5

Statens Tobakkskaderåd og Statistisk Sentralbyrå foretar årlig undersøkelser av folks røykevaner ved å spørre et stort og representativt uvalg av det norske folk.

Vi skal anta at målt prosentandel Y som røyker daglig i år x er en normalfordelt stokastisk variabel med forventning $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ og standardavvik $\sigma = 1.20$ %. Vi betrakter en periode på 10 år og antar at $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{10}$ er uavhengige variabler. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven. Her er år 1 1995, år 2 er 1996 osv. opp til år 10 som er 2004.

a) Estimer β_0 og β_1. Tegn observasjonene og den estimerte regresjonslinja inn i et spredningsdiagram. Forklar kort med ord hva den estimerte verdien av β_1 uttrykker.

b) Tyder undersøkelsene på at prosentandelen som røyker daglig, har avtatt i perioden 1995-2004? Formuler dette spørsmålet som en hypotesetest. Gjennomfør testingen og angi konklusjonen på testen når resultatene er som nedenfor. Bruk signifikansnivå 1%.

Resultater

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	32.6	33.1	33.6	33.0	32.0	31.9	29.8	29.4	26.3	26.0

$$\overline{x} = 5.50 \qquad \overline{Y} = 30.77 \qquad M = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \overline{x})^2 = 82.50 \qquad \sum_{i=1}^{10} (x_i - \overline{x}) Y_i = -68.85$$