Høgskolen i Telemark
Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN

I

082 OPERASJONSANALYSE

27.05.05

Tid:	9-13 (4 timer).
Sidetall:	2.
Hjelpemidler:	Alle trykte og skrevne samt kalkulator.

OPPGAVE 1

En bedrift har to produkter P_1 og P_2. Produksjonen foregår i tre avdelinger A_1 (komponentproduksjon), A_2 (montering) og A_3 (kontroll og pakking). I tabellen nedenfor er gitt antall arbeidstimer som går med i hver avdeling for å produsere en enhet for hver av de to produktene og tilgjengelig kapasitet (i arbeidstimer) i planperioden i de tre avdelingene.

Avdeling	P_1 (timer)	P_2 (timer)	*Kapasitet* (timer)
A_1	1	4	800
A_2	1	2	600
A_3	1	1	550

Fortjenesten pr enhet er 420 kr for P_1 og 1200 kr for P_2.

La x_1 og x_2 være antall produserte enheter av henholdsvis P_1 og P_2.

Bedriften ønsker å finne fram til en produksjon som maksimerer den totale fortjenesten i planperioden.

a) Formuler bedriftens problem som et LP-problem. Lag en grafisk skisse av mulighetsområdet.

b) Løs problemet ved Simpleksmetoden (Svar: Maksimal total fortjeneste 288 000 kr). Merk av den optimale løsningen på skissen i a).

c) Angi hvilke ressurser som er kritiske og hvor det eventuelt er slakk.

Formuler det duale LP-problemet. Forklar kort hvilken praktisk tolkning dette har. Hva kan du slutte om løsningen av det duale problemet uten å gjennomføre noe mer regning?

OPPGAVE 2

Arrangøren av en stor fotballturnering for barn selger t-skjorter med arrangementets logo til deltakerne. Arrangøren kjøper inn t-skjortene for 42 kr pr stk og selger dem videre til deltakerne på fotballturneringen til 100 kr pr stk. Usolgte t-skjorter regnes som verdiløse fordi neste år har t-skjortene ny farge og nytt årstall.

Antall solgte t-skjorter har variert noe fra år til år. Arrangøren mener at det er rimelig å anta at antall t-skjorter X som etterspørres er Poissonfordelt med parameter 750.

a) Hvor mange t-skjorter bør arrangøren kjøpe inn for å maksimere forventet fortjeneste av salget? Bruk at $X \sim \text{Po}(750) \approx N(750, 27.39^2)$ og rund av til nærmeste hele tall.

OPPGAVE 3

Til et grustak kommer det i gjennomsnitt 12 lastebiler pr time for å hente grus. Vi antar at tiden T mellom to påfølgende ankomster er eksponensialfordelt. Opplastingen skjer med en gravemaskin som kan betjene 1 bil ad gangen. Vi antar at lastetiden X er eksponensialfordelt, og at gjennomsnittlig lastetid er 4 minutter.

a) Angi betjeningsrate for køsystemet. Hva er sannsynligheten for at systemet er tomt, og hva er sannsynligheten for at det er kø?

Finn forventet ventetid og forventet totaltid i køsystemet.

To alternativer vurderes for å øke betjeningskapasiteten i grustaket:

I) Bytte ut den nåværende gravemaskinen med en ny og større maskin med gjennomsnittlig lastetid 3 minutter.

II) Kjøpe inn en gravemaskin til av samme type som den nåværende. Da blir det 2 like gravemaskiner som betjener kundene, og grustaket kan betraktes som et M/M/2-system.

b) Finn forventet totaltid for kundene i systemet under begge alternativene ovenfor.

Eieren av grustaket vil også foreta en økonomisk analyse av de to alternativene. Han regner med at driftskostnadene for den gravemaskin han nå har pluss en ny en av samme type , er 3000 kr pr time. Tilsvarende driftskostnader for maskinen med større betjeningskapasitet er 2500 kr pr time.

Eieren setter dessuten en kostnad på 500 kr pr time pr kunde i den tiden de oppholder seg i køsystemet.

c) Finn for begge alternativene forventede totalkostnader pr time for køsystemet når vi tar med driftskostnader for gravemaskin(er) og kundenes oppholdskostnader i systemet.

Høgskolen i Telemark
Avdeling for allmenne fag

Exam, May 27th, 2005
082 Operations Analysis

Time: 9-13 (4 hours).
Pages: 2.
Aids: All printed and written material and a calculator.

Problem 1

A company has two products, P_1 and P_2. These are manufactured in three departments, A_1 (component production), A_2 (assembly) and A_3 (control and packing). The table below shows how many production hours it takes for each department to produce one unit for each of the two products and the available production capacity (in production hours) in the production period for each of the three departments.

Department	P_1 (hours)	P_2 (hours)	*Capacity* (hours)
A_1	1	4	800
A_2	1	2	600
A_3	1	1	550

Profit for each unit is kr 420 for P_1 and kr 1200 for P_2.

Let x_1 and x_2 be the number of produced units for P_1 and P_2, respectively.

The company wants to organize production for maximum profits during the production period.

a) Formulate the company's problem as an LP-problem. Make a sketch of the feasible area.

b) Solve the problem using the Simplex method. (Answer: Maximum profits kr 288 000). Mark the optimal solution on the sketch in a).

c) Which resources are crititical and is there any slack?

Formulate the dual LP-problem. Explain briefly the interpretation of this problem. What can you tell about the solution of the dual problem without doing further calculations?

Problem 2

The organizer of a big football tournament for children sells t-shirts with the tournament's logo to the participants. The organizer buys the t-shirts for kr 42 per shirt and sells them to the participants for kr 100 per shirt. Unsold t-shirts are worthless because next year there is a new colour and new logo on the t-shirts.

The number of sold t-shirts has varied from year to year. The organizer assumes that the number of demanded t-shirts X is a Poisson distributed random variable with parameter 750.

a) How many t-shirts should the organizer buy to maximize its expected profits from the sale of t-shirts? Use $X \sim \text{Po}(750) \approx N(750, 27.39^2)$ and round off to the nearest whole number.

Problem 3

An average of 12 trucks per hour come to a gravel pit to pick up gravel. We assume that the time T between two consecutive arrivals is exponentially distributed. The loading of trucks is done by a machine that can serve 1 truck at a time. We assume that the loading time X is exponentially distributed, and the mean loading time is 4 minutes.

a) Give the service rate for the queue system. What is the probability that the system will be empty, and what is the probability that there will be a queue?

Find the expected waiting time and the expected total time in the queue system.

Two alternatives are considered to increase the service capacity in the gravel pit:

I) Replace the present machine with a new and bigger machine with mean loading time of 3 minutes.

II) Buy a new machine equal to the present one. In this case there will be two equal machines serving the customers, and the gravel pit can be looked upon as an M/M/2-system.

b) Find the expected total time for the customers in the sytem for both alternatives above.

The owner of the gravel pit will perform an economic analysis of the two alternatives. He assumes that the running cost for the present machine plus a new one of the same type, is kr 3000 per hour. The cost of the machine with bigger service capacity is kr 2500 per hour.

In addition the owner assumes a cost of kr 500 per hour per customer for the time they spend in the queue system.

c) For both alternatives find the expected total costs per hour for the queue system when we calculate in running costs for the machine(s) and the costs for the customers total time in the system.