Høgskolen i Telemark
Avdeling for allmenne fag

EKSAMEN
I
006 STATISTIKK I

4.01.06

Tid:	9-13 (4 timer).
Fagkode:	006.
Sidetall:	3.
Hjelpemidler:	Formelsamling og kalkulator.

OPPGAVE 1

For to utfall A og B er det gitt at P(A) = 0.60, P(B) = 0.30 og $P(A \cap B) = 0.20$.

a) Er A og B uavhengige utfall? Regn ut $P(\overline{B})$, $P(A \cup B)$, P(B|A) og $P(\overline{B} \mid \overline{A})$.

OPPGAVE 2

En bedrift produserer en type panelplater. Platene gjennomgår en visuell kontroll før de selges, og man har erfaring for at man i gjennomsnitt må kassere 3% av platene.

Vi lar X være antall plater som må kasseres når n plater kontrolleres.

a) Gjør kort greie for forutsetningene for at X er binomisk fordelt med parametrer n og $p = 0.03$. Anta at disse er oppfylt i resten av oppgaven.

Regn ut $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ og $P(X > 1)$ når $n = 15$ plater kontrolleres.

Det kan vises at når X er binomisk fordelt med stor n og liten p, så er X tilnærmet Poissonfordelt med parameter $\lambda = np$. Dette er den såkalte Poissontilnærmelsen.

b) En dag skal man kontrollere $n = 100$ plater. Hva er forventet antall som må kasseres?

Regn ut $P(X > 1)$ både ved å bruke binomisk fordeling og ved å bruke Poissontilnærmelsen. Regn også ut $P(X > 1)$ ved å benytte normaltilnærmelsen.

OPPGAVE 3

Farten Y (km/t) til en tilfeldig bil på en bestemt vegstrekning kan oppfattes som en normalfordelt stokastisk variabel med forventning $\mu = 48.0$ km/t og standardavvik $\sigma = 8.0$ km/t. Fartsgrensen på den aktuelle vegstrekningen er 50 km/t.

a) Hvor stor prosent av bilene bryter fartsgrensen på strekningen?

Finn dessuten $P(54.0 < Y < 60.0)$ og tegn inn denne sannsynligheten som et areal på en skisse av sannsynlighetstettheten til Y.

b) Vi antar i denne oppgaven at bøtesatsene for dem som blir tatt i fartskontroll, er som følger:

-Fart på 54.0 km/t eller lavere gir ikke bot,
-Fart mellom 54.0 og 60.0 km/t gir 1000 kr i bot,
-Fart på 60.0 km/t eller mer gir 2500 kr i bot.

Hva er forventet totalbeløp i bøter ved kontroll av 1000 biler?

OPPGAVE 4

Vi betrakter den samme vegstrekningen som i oppgave 2. For å redusere fartsnivået på strekningen er det satt opp en fotoboks som i visse perioder måler farten på alle bilene som passerer.

For å undersøke om dette tiltaket har hatt en fartsreduserende virkning, har en målt farten på 20 biler. Målingene (i km/t) , Y_1 , Y_2 , .. . ,Y_{20} , antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer μ og σ. Finn et 95% konfidensintervall for μ når vi antar at $\sigma = 8.0$ km/t.

I punktene b) og c) antar vi at $\sigma = 8.0$ km/t.

b) Vi skal teste

$$H_0 : \mu = 48.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1 : \mu < 48.0$$

Signifikansnivået skal være 5%. Gjennomfør testingen og angi konklusjonen når resultatene er som nedenfor.

c) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Regn spesielt ut styrken for $\mu = 44.0$ km/t og $\mu = 42.0$ km/t.

Resultater

Y (km/t): 47 30 52 43 39 37 45 36 46 47 46 35 52 36 54 56 39 44 55 31

$$\bar{Y} = 43.5 \qquad \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 1188.8$$

OPPGAVE 5

Vi skal studere utviklingen av folketallet i Bø kommune ved hjelp av en enkel regresjonsmodell

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + U$$

der Y er folketall på tidspunkt nr x. Vi antar at Y er normalfordelt med forventning $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ og standardavvik $\sigma = 25.0$. Folketall på forskjellige tidspunkt antas å være uavhengige variabler.

Registrering av folketall er foretatt hver tredje måned, første gang 01.01.2004 og åttende og foreløpig siste gang 01.10.2005. Dataene, som er gitt til slutt i oppgaven, er hentet fra Statistisk sentralbyrå.

a) Estimer β_0 og β_1. Tegn observasjonene og den estimerte regresjonslinja inn i et spredningsdiagram. Forklar kort med ord hva de estimerte verdiene av β_0 og β_1 uttrykker.

b) Har det vært en signifikant økning i folketallet i Bø i den aktuelle perioden? Formuler selv nullhypotese og alternativ hypotese for å teste dette. Angi konklusjonen når signifikansnivået velges lik 1%.

Data fra Statistisk sentralbyrå

Dato	Tidspunkt (x)	Folketall (Y)
01.01.2004	1	5173
01.04.2004	2	5168
01.07.2004	3	5182
01.10.2004	4	5241
01.01.2005	5	5249
01.04.2005	6	5244
01.07.2005	7	5210
01.10.2005	8	5288

$\bar{x} = 4.5 \quad \bar{Y} = 5219.4 \quad M = \sum_{i=1}^{8}(x_i - \bar{x})^2 = 42.0 \quad \sum_{i=1}^{8}(x_i - \bar{x})Y_i = 604.5$