Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

003 MATEMATIKK

14.12.2005

Tid:	9-14
Målform:	Bokmål/nynorsk
Sidetal:	2
Hjelpemiddel:	Kalkulator, formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på nettet, via Arena høgskole. I tillegg finn du eksamensresultatlister på utsida av eksamenskontoret, men da treng du kandidatnummeret ditt, så du bør notere dette på ein lapp og legge den i lommeboka.

Avdeling for allmennvitskaplege fag,

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
14.12. 2005

(003) MATEMATIKK

Tid: 5 timer (09^{00} - 14^{00})

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

I denne oppgaven er funksjonen f gitt ved at: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Regn ut funksjonsverdiene for følgende argument (x-verdier): -2, -1, 0, 1, 2.
Vis at vi kan skrive funksjonen som $f(x) = (x+1)(x-2)^2$, og bruk dette til å avgjøre hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.

b) Finn $f'(x)$. Bestem de intervallene der funksjonen f er voksende og der den er avtagende. Sett opp lokale ekstrempunkt og avgjør om noen av dem er globale.

c) Finn $f''(x)$. Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktet. Skisser grafen til f.

d) Finn likningen for tangenten til grafen i punktet der $x = 0$, og merk av tangenten på grafskissen.
Regn ut verdien A der: $A = \int_0^3 4\,dx - \int_0^3 f(x)\,dx$
A kan tolkes som arealet av et område. Merk av dette området på grafskissen.

Oppgave 2

I denne oppgaven er funksjonen g gitt ved at: $g(x) = (1+x)\,e^{-x}$

Bestem skjæringspunktene mellom grafen til g og koordinataksene.

Vis at $g'(x) = -x\,e^{-x}$ og bruk dette til å avgjøre om grafen til g har noen ekstrempunkt.

Bestem konstanten a slik at $G(x) = a\,e^{-x} - x\,e^{-x}$ er en antiderivert funksjon av $g(x)$.

Oppgave 3

Ola har vunnet 600 000 kr i et pengespill. Premien ble utbetalt 1. januar 2005.

a) Ola plasserte umiddelbart hele premien i en bank til 5 % rente per år. Hva vil verdien av premien være henholdsvis 2 år og 4 år etter innskuddet ?

Hvor lenge må premien stå urørt for at verdien skal være doblet ?

Hvor mye kunne Ola ha brukt av beløpet umiddelbart da han fikk premien, og likevel ha hatt 600 000 kr tilgjengelig igjen om 4 år dersom resten av premiebeløpet ble plassert til 5 % årlig rente ?

b) Ola bestemte seg for å "leve på premien" noen år ved å sette den rett i banken og så ta ut like store beløp ved utgangen av hvert år i 6 år fremover. Første utbetaling skal skje 31.12.05.

Hvor store beløp kan han ta ut hvert år fremover når den årlige renta er 5 % ?

Om Ola heller hadde valgt å ta ut 100 000 kr ved utgangen av hvert år fremover, hvor lenge hadde da den opprinnelige premien holdt med samme årlige rente ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = (y - x + 1)(y + 1) = y^2 + 2y - xy - x + 1$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at h har nøyaktig ett stasjonært punkt: $(0\,,\,-1)$, og klassifiser dette punktet.
Finn og skisser nullnivåkurva $h(x, y) = 0$

c) A er området i xy-planet som er avgrenset av trekanten med hjørner i $(0,\,-1)$, $(1\,,\,0)$ og $(1\,,\,-1)$. Sidekantene er med i A. Finn minimumspunktet for h over området A.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
14.12. 2005

(003) MATEMATIKK

Tid: 5 timar (09^{00} - 14^{00})

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

I denne oppgåva er funksjonen f gitt ved at: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Rekn ut funksjonsverdiane for følgjande argument (x-verdiar): -2, -1, 0, 1, 2.
Vis at vi kan skrive funksjonen som $f(x) = (x+1)(x-2)^2$, og bruk dette til å avgjere kor funksjonen er positiv og kor han er negativ.

b) Finn $f'(x)$. Bestem dei intervalla der funksjonen f er veksande og der han er avtakande. Sett opp lokale ekstrempunkt og avgjer om nokon av dei er globale.

c) Finn $f''(x)$. Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunktet.
Skisser grafen til f.

d) Finn likninga for tangenten til grafen i punktet der $x = 0$, og merk av tangenten på grafskissa.
Rekn ut verdien A der: $A = \int_0^3 4\,dx - \int_0^3 f(x)\,dx$
A kan tolkast som arealet av eit område. Merk av dette området på grafskissa.

Oppgåve 2

I denne oppgåva er funksjonen g gitt ved at: $g(x) = (1+x)\,e^{-x}$

Bestem skjeringspunkta mellom grafen til g og koordinataksane.

Vis at $g'(x) = -x\,e^{-x}$ og bruk dette til å avgjere om grafen til g har nokon ekstrempunkt.

Bestem konstanten a slik at $G(x) = a\,e^{-x} - x\,e^{-x}$ er ein antiderivert funksjon av $g(x)$.

Oppgåve 3

Ola har vunne 600 000 kr i eit pengespel. Premien blei utbetalt 1. januar 2005.

a) Ola plasserte umiddelbart heile premien i ein bank til 5 % rente per år. Kva vil verdien av premien vere høvesvis 2 år og 4 år etter innskotet ?

Kor lenge må premien stå urørt for at verdien skal vere dobla ?

Kor mykje kunne Ola ha brukt av beløpet umiddelbart då han fekk premien, og likevel ha hatt 600 000 kr tilgjengeleg igjen om 4 år dersom resten av premiebeløpet blei plassert til 5 % årleg rente ?

b) Ola bestemte seg for å "leve på premien" nokre år ved å sette han rett i banken og så ta ut like store beløp ved utgangen av kvart år i 6 år framover. Fyrste utbetaling skal skje 31.12.05.

Kor store beløp kan han ta ut kvart år framover når den årlege renta er 5 % ?

Om Ola heller hadde valt å ta ut 100 000 kr ved utgangen av kvart år framover, kor lenge hadde då den opprinnelege premien halde med same årlege rente ?

Oppgåve 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = (y - x + 1)(y + 1) = y^2 + 2y - xy - x + 1$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for h.

b) Vis at h har nøyaktig eitt stasjonært punkt: $(0\,,\,-1)$, og klassifiser dette punktet.
Finn og skisser nullnivåkurva $h(x, y) = 0$

c) A er området i xy-planet som er avgrensa av trekanten med hjørne i $(0,\,-1)$, $(1\,,\,0)$ og $(1\,,\,-1)$. Sidekantane er med i A. Finn minimumspunktet for h over området A.