Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(5500) MATEMATIKK

16.12.2006

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål/nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på nettet, via Arena høgskole. I tillegg finn du eksamensresultatlister på utsida av eksamenskontoret, men da treng du kandidatnummeret ditt, så du bør notere dette på ein lapp og legge den i lommeboka.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
16.12. 2006

(5500) MATEMATIKK

Tid:	5 timer (09^{00} - 14^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = \frac{1}{20}(5x^4 - x^5)$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x-verdier: $-2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6$.
Hva er nullpunktene til funksjonen f?
Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.
Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktet til f.

c) Skisser grafen til f. Bestem verdien A der

$$A = \int_0^3 \frac{27}{10}x\,dx - \int_0^3 \frac{1}{20}\left(5x^4 - x^5\right)dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (x+1)\,e^{-x}$

Finn $g'(x)$ og vis at g har et globalt maksimumspunkt.

Finn skjæringspunktene mellom grafen til g og den rette linja gitt ved: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

Oppgave 3

a) La renta være 4.5 % årlig. Hva er verdien av et innskudd på 15 000 kr etter 5 år ? Hva er verdien etter 5 år med det samme innskuddet dersom det ved utgangen av det andre året gjøres et uttak på 7 500 kr ? Hva må renta være dersom verdien av et innskudd på 15 000 kr etter 5 år skal være 25 000 kr ?

b) Kristin har tatt opp et lån på 800 000 kr til kjøp av bolig. Lånerenten er 4 % årlig. Lånet skal betales med 15 like store årlige beløp, første gang ett år etter låneopptak. Hva er det årlige beløpet som Kristin må betale ?
Hva ville årlig beløp blitt dersom første betaling skulle skje 3 år etter låneopptak ?

Jens har et forbrukslån som han betaler ned med 1 300 kr hver måned. Renten på dette lånet er 1.2 % månedlig. Det gjenstår nå 4 betalinger på lånet, første gang om én måned. Hvor mye må Jens betale dersom han vil betale ned lånet med ett beløp ved neste betaling (dvs. om en måned) ?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 - xy$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0\,,\,0)$ og $(1\,,\,1)$.

Klassifiser det stasjonære punktet $(1\,,\,1)$. Finn og skisser snittkurva mellom grafen til h og xz-planet, og bruk denne til å klassifisere det stasjonære punktet $(0\,,\,0)$.

c) Skisser området D i xy-planet der: $D = \{\,(x,\,y) \mid -1 \leq x \leq 1,\quad x^2 \leq y \leq 1\,\}$

Finn både maksimum og minimum for funksjonen h over området D.

Oppgave 5

a) Fra $N = 10$ enheter skal det trekkes et ordnet utvalg på $s = 4$ enheter. Hvor mange mulige utvalg er det dersom trekningen er:
1) med tilbakelegging ? 2) uten tilbakelegging ?

En firesifret PIN-kode er en ordnet sekvens av 4 siffer, der sifrene $0 - 9$ er tillatt i alle 4 posisjonene. F.eks. er 0380, 8105 og 4447 tre ulike PIN-koder av denne typen. Hvor mange forskjellige slike PIN-koder er det mulig å lage ?

En type bankkort blir levert med slike PIN-koder, der kodene er trukket ut helt tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt bankkort skal ha en PIN-kode der alle de 4 sifrene er ulike ?

b) I en kommune er 55% av alle elevene i 10. klasse gutter. Ved overgang til videregående skole er det 58% av guttene som søker yrkesfag og 52% av jentene som søker yrkesfag. Vi trekker tilfeldig ut en av søknadene til videregående skole fra disse elevene.
La J være utfallet at søknaden er levert av ei jente, og la Y være utfallet at søknaden gjelder yrkesfag.

Formuler de gitte opplysningene som sannsynligheter knyttet til utfallene J og Y.

Regn ut både $P(\mathrm{Y})$ og $P(\overline{\mathrm{J}}\,|\,\mathrm{Y})$, og forklar kort hva disse sier oss.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
16.12. 2006

(5500) MATEMATIKK

Tid:	5 timar (09^{00} - 14^{00})
Sidetal:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = \frac{1}{20}(5x^4 - x^5)$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x-verdiar: $-2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6$.
Kva er nullpunkta til funksjonen f ?
Avgjer kor funksjonen f er positiv og kor han er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.
Bestem $f''(x)$.
Gjer greie for korleis grafen til f krummer og finn vendepunktet til f.

c) Skisser grafen til f. Bestem verdien A der

$$A = \int_0^3 \tfrac{27}{10}x\,dx - \int_0^3 \tfrac{1}{20}(5x^4 - x^5)\,dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (x+1)\,e^{-x}$

Finn $g'(x)$ og vis at g har eit globalt maksimumspunkt.
Finn skjeringspunkta mellom grafen til g og den rette lina gitt ved: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

Oppgåve 3

a) La renta vere 4.5 % årleg. Kva er verdien av eit innskot på 15 000 kr etter 5 år ?
Kva er verdien etter 5 år med det same innskotet dersom det ved utgangen av det andre året gjerast eit uttak på 7 500 kr ? Kva må renta vere dersom verdien av eit innskot på 15 000 kr etter 5 år skal vere 25 000 kr ?

b) Kristin har tatt opp eit lån på 800 000 kr til kjøp av bolig. Lånerenta er 4 % årleg. Lånet skal betalast med 15 like store årlege beløp, fyrste gong eitt år etter låneopptak.
Kva er det årlege beløpet som Kristin må betale ?
Kva ville årleg beløp blitt dersom fyrste betaling skulle skje 3 år etter låneopptak ?

Jens har eit forbrukslån som han betaler ned med 1 300 kr kvar månad. Renta på dette lånet er 1.2 % månadleg. Det står no att 4 betalingar på lånet, fyrste gong om ein månad. Kor mykje må Jens betale dersom han vil betale ned lånet med eitt beløp ved neste betaling (dvs. om ein månad) ?

Oppgåve 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 - xy$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0\,,\,0)$ og $(1\,,\,1)$.

Klassifiser det stasjonære punktet $(1\,,\,1)$. Finn og skisser snittkurva mellom grafen til h og xz-planet, og bruk denne til å klassifisere det stasjonære punktet $(0\,,\,0)$.

c) Skisser området D i xy-planet der: $D = \{\,(x,\,y) \mid -1 \leq x \leq 1,\quad x^2 \leq y \leq 1\,\}$

Finn både maksimum og minimum for funksjonen h over området D.

Oppgåve 5

a) Frå $N = 10$ eningar skal det trekkast eit ordna utval på $s = 4$ einingar. Kor mange moglege utval er det dersom trekninga er:
1) med tilbakelegging ? 2) uten tilbakelegging ?

Ein firesifra PIN-kode er ein ordna sekvens av 4 siffer, der sifra $0 - 9$ er tillatt i alle 4 posisjonane. Til dømes er 0380, 8105 og 4447 tre ulike PIN-kodar av denne typen. Kor mange forskjellige slike PIN-kodar er det mogleg å lage ?

Ein type bankkort blir levert med slike PIN-kodar, der kodane er trekt ut heilt tilfeldig. Kva er sannsynlegheten for at eit tilfeldig valt bankkort skal ha ein PIN-kode der alle dei 4 sifra er ulike ?

b) I ein kommune er 55% av alle elevane i 10. klasse gutar. Ved overgang til vidaregående skule er det 58% av gutane som søkjer yrkesfag og 52% av jentene som søkjer yrkesfag. Vi trekker tilfeldig ut ein av søknadane til vidaregående skule frå desse elevane.
La J vere utfallet at søknaden er levert av ei jente, og la Y være utfallet at søknaden gjeld yrkesfag.

Formuler dei gitte opplysningane som sannsynlegheter knytta til utfalla J og Y.

Rekn ut både $P(\mathrm{Y})$ og $P(\overline{\mathrm{J}}\,|\,\mathrm{Y})$, og forklar kort kva desse seier oss.