Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
11.01. 2007

(5500) MATEMATIKK

Tid:	5 timer (09^{00} - 14^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = \frac{1}{30}(3x^5 - x^6)$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x-verdier: $-2,\ 0,\ 2,\ 4$.
Hva er nullpunktene til funksjonen f ?
Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.
Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene til f.

c) Skisser grafen til f. Bestem verdien A der

$$A = \int_0^2 \tfrac{8}{15}x\,dx - \int_0^2 \tfrac{1}{30}(3x^5 - x^6)\,dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (6x - 3)\,e^{-2x}$

Finn $g'(x)$ og vis at g har et globalt maksimumspunkt. Finn skjæringspunktene mellom grafen til g og den rette linja gitt ved: $y = \frac{1}{12}(6x - 3) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$.

Oppgave 3

a) La renta være 3.5 % årlig. Hva er verdien av et innskudd på 25 000 kr etter 3 år? Hva er verdien etter 3 år med det samme innskuddet dersom det ved utgangen av det første året gjøres et uttak på 5 000 kr? Hvor lenge må et innskudd på 25 000 kr stå til forrentning for at verdien skal overstige 40 000 kr?

b) Et lån på 700 000 kr skal betales med 20 like store årlige beløp, første gang ett år etter låneopptaket. Lånerenten er 0.55 % per måned. Vis at denne månedsrenten tilsvarer 6.8% årlig rente. Hva er det årlige beløpet som vil betjene dette lånet?

Et annet lån blir betalt med 1 800 kr hver måned. Renten på dette lånet er 1 % månedlig. Idet den 5. siste betalingen på lånet skal foretas, hvor mye må betales dersom hele lånet skal nedbetales i ett siste beløp?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = y^3 + 3x^2 - 3x^2y$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0\,,\,0)$, $(-1\,,\,1)$ og $(1\,,\,1)$.

Finn og skisser snittkurva mellom grafen til h og yz-planet

Klassifiser de stasjonære punktene for funksjonen h.

c) Skisser området D i xy-planet der: $D = \{\,(x,\,y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad x \leq y \leq 1\,\}$

Finn minimum for funksjonen h over området D.

Oppgave 5

a) Et ordnet utvalg på $s = 5$ enheter skal trekkes fra en samling på $N = 12$ enheter. Hvor mange mulige utvalg er det dersom trekningen er:
1) med tilbakelegging? 2) uten tilbakelegging?

En type passord består av en sekvens av 5 tegn valgt blant de 10 sifrene $0 - 9$ sammen med de to bokstavene X og Y. Alle de 12 aktuelle tegnene er tillatt i alle 5 posisjonene i sekvensen. F.eks. er 70X8Y, 58331 og 44YYY tre ulike passord av denne typen. Hvor mange forskjellige slike passord er det mulig å lage?

En type datamaskiner blir levert med slike passord, der passordene er trukket ut helt tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt datamaskin skal ha et passord der alle de 5 tegnene som inngår er siffer?

b) Til en høgskole er et år 54% av søkerne menn. 28% av mennene søker på høgskolens økonomistudier, mens 23% av kvinnene søker på de samme økonomistudiene. Vi velger tilfeldig en av søknadene til denne høgskolen dette året.
La M være utfallet at søknaden er levert av en mann, og la E være utfallet at søknaden gjelder økonomistudier.

Formuler de gitte opplysningene som sannsynligheter knyttet til utfallene M og E.

Regn ut både $P(\mathrm{E})$ og $P(\overline{\mathrm{M}}\,|\,\mathrm{E})$, og forklar kort hva disse sier oss.